ie VIII. — Tome VII. N° 9. Septembre 1946.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

THÉORIE DE L'IMAGE LATENTE PHOTOGRAPHIQUE

Par N. F. MOTT.

H. H. Wills Physical Laboratory, Bristol.

Sommaire. — Conférence devant la Société française de Physique, le 11 juin 1946. L'auteur expose la théorie qu'il a développée, depuis 1939, avec le Dr Gurney, et qui se rattache à celle, plus générale, du mouvement des électrons dans les solides semi-conducteurs.

Je veux vous parler aujourd'hui de la théorie l'image photographique que j'ai développée avec le Dr Gurney immédiatement avant la guerre, des progrès que nous avons réalisés dans cette e depuis lors. L'intérêt de cette théorie réside n seulement dans ses applications à la technique la fabrication des émulsions, mais encore dans perçu qu'elle donne sur la théorie des solides en néral. Le théoricien trouve des analogies entre des naines de la Physique que l'expérimentateur nsidère comme entièrement différents; par exemple, théorie de la fragmentation des obus, sur laquelle travaillais pendant la guerre, a des points de semblance avec le bris d'une bouteille de verre. is les deux phénomènes sont étudiés dans des oratoires tout à fait différents.

Entre la théorie de l'image latente et la théorie nérale du mouvement des électrons dans les ides avec ses applications aux semi-conducteurs, x redresseurs, etc., nous trouvons des analogies ofondes et l'étude de l'une nous donne des éclair-sements sur l'autre. C'est pourquoi je m'intéresse ticulièrement à ce sujet.

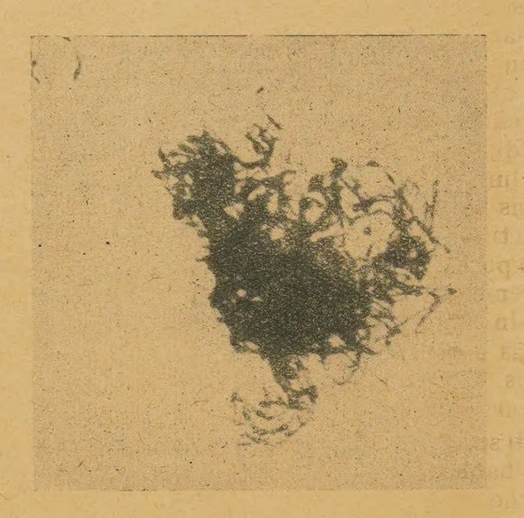
Une émulsion photographique est formée de ins cristallins de bromure d'argent dispersés ns une couche de gélatine. Les dimensions de grains sont de l'ordre de 10^{-5} cm. Lorsque l'émul-n est exposée à la lumière pendant quelques nutes, il se forme des grains d'argent métallique. tude par les rayons X indique alors que cet ent a la même structure que l'argent massif. Les études d'Eggert et de Noddack ont montré que le rendement quantique de ce processus est voisin de l'unité, c'est-à-dire que, pour chaque quantum absorbé, un atome d'argent est formé. Nous avons, tout d'abord, à expliquer comment la lumière, qui est absorbée uniformément dans l'étendue du grain, peut donner naissance à des atomes d'argent concentrés dans de petites taches.

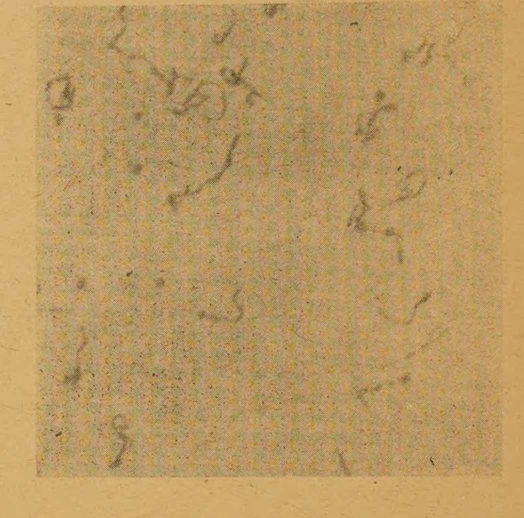
Les durées d'exposition effectivement employées en photographie sont trop courtes pour former des taches d'argent visibles; pour voir les résultats de l'exposition, il est naturellement nécessaire de développer les émulsions. Mais, cependant, il est naturel d'admettre que l'image latente est simplement formée d'une tache d'argent invisible sous le microscope : une tache d'une cinquantaine d'atomes ou même moins. Quoique cette théorie ne soit pas universellement acceptée nous la croyons exacte et nous la supposerons telle pour le besoin de cet exposé. Nous avons donc à expliquer comment un grain de bromure d'argent contenant ces taches invisibles de métal peut être réduit par le révélateur. Je commencerai cet exposé par une tentative d'explication du développement.

La figure 1 montre un cliché, obtenu avec le microscope électronique par les expérimentateurs de Kodak, Rochester, New-York. On voit les grains développés avec un grandissement de 50 000. On voit comment l'argent se présente sous la forme de filaments entrelacés, comme du vermicelle. L'épaisseur n'est que d'une dizaine d'atomes. Les

filaments sont retenus dans le trou où se trouvait primitivement, le grain de bromure d'argent, uniquement par la rigidité de la gélatine.

Le réseau cristallin du bromure d'argent est un réseau cubique simple, comme celui du chlorure de sodium. A la température ordinaire, ces cristaux manifestent une conductivité ionique. Avec Frenkel, nous supposerons que cette conductivité est due à la présence d'ions d'argent dans des positions interstitielles.





× 40 000

Fig. 1.

Dans le cristal en équilibre thermique, le nombre n de ces ions par centimètre cube est donné par la formule classique

$$n = N e^{-\frac{1}{2}\frac{W}{kT}}.$$

Ici N est le nombre des positions possibles par centimètre cube, W est l'énergie nécessaire pour déplacer un ion de sa position normale dans une position interstitielle. Cette énergie est composée de deux parties : représentant l'une le travail accompli contre les forces électrostatiques, l'autre le travail nécessaire pour coincer l'ion entre ses voisins en déplaçant ceux-ci. Dans le cas des ions négatifs qui sont beaucoup plus gros, ce second terme est naturellement plus grand; et le nombre des ions interstitiels négatifs est, par conséquent, pratiquement nul.

Dans la formation électrolytique d'une couche de bromure sur une électrode d'argent, il faut admettre que l'argent traverse la couche sous la forme d'ions interstitiels, pour venir réagir à la surface avec les ions halogènes. De même, si le courant est inversé, les ions d'argent quittent cette surface (AgBr, liquide) et atteignent le métal à travers la couche de sel, et les ions de brome passent dans l'électrolyte.

Considérons maintenant un grain de bromure d'argent plongé dans le révélateur. Les molécules de révélateur sont réductrices. C'est-à-dire qu'elles sont capables de donner un électron à un métal, par exemple à la tache d'argent dont nous avons admis l'existence à la surface du grain. Ces électrons vont élever le potentiel de la tache à un niveau constant par rapport à celui de la solution. Par conséquent, un champ électrique s'établit dans l'intérieur du grain. Les lignes de force sont indiquées sur la figure 2. A cause de ce champ, les ions

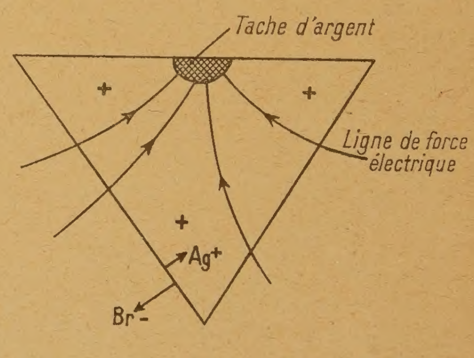


Fig. 2.

interstitiels vont se déplacer vers la tache d'argent, et vont s'attacher à elle formant de nouvelles couches d'argent métalliques. La consommation des ions interstitiels est compensée par leur formation à la surface. Le phénomène est identique à celui qui se produit à la surface d'une électrode argent-bromure d'argent.

Vous remarquerez que l'argent métallique se dépose à la surface AgBr-Ag, une surface entre deux solides où il n'y a pas de place pour lui. Par consé-

ıent, l'argent est poussé vers l'extérieur, et forme s filaments que j'ai déjà montrés.

L'explication donnée d'abord par M. Gurney et ır moi-même de la réduction photolytique de AgBr t tout à fait semblable. Nous savons que le bro-ure d'argent est photoconducteur, et que sa iotoconductivité est produite par les longueurs onde auxquelles les émulsions sont sensibles ormalement, c'est-à-dire lorsqu'elles ne sont pas nsibilisées par des colorants. Pour expliquer cette iotoconductivité, je montre, dans la figure 3, ı schéma des niveaux électroniques d'un cristal l que bromure d'argent en contact avec un métal.

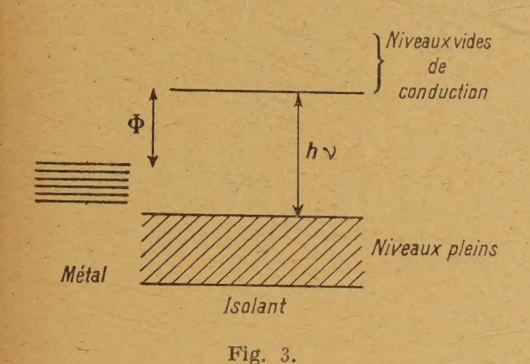


Fig. 3.

L'énergie Φ représente l'énergie minimum néces-ire pour transporter un électron du métal sur les veaux de conduction de l'isolant. En principe, est possible de mesurer cette énergie de la façon iivante : si l'on prend un cristal de l'isolant conte-ınt des particules colloïdales de métal et qu'on éclaire, la photoconductivité commence à une équence ν, donnée par l'équation suivante :

$$e\Phi = h\nu.$$

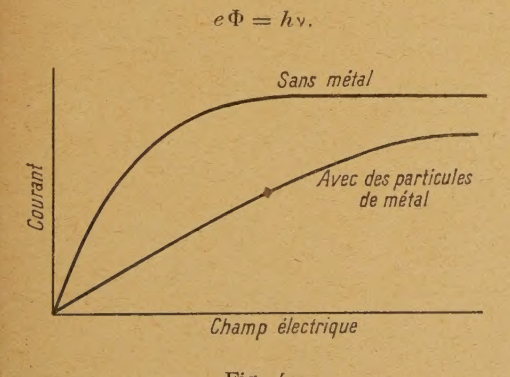


Fig. 4.

La figure 4 représente la photoconductivité du ılorure de sodium contenant des particules de dium; on obtiendrait, probablement, des résultats ıalogues avec un cristal de bromure d'argent, froidi suffisamment pour faire disparaître la conduc-ivité ionique.

Comme l'on peut voir sur le schéma des niveaux électroniques, les particules métalliques constituent des pièges (ou trappes) à électrons, c'est-à-dire qu'un photoélectron, qui rencontre une de ces particules, est capturé par elle. Ce phénomène est démontré par diverses expériences sur la photoconduction des isolants en lumière interrompue. Ces expériences montrent que, dans le cas des cristaux avec métal, un champ beaucoup plus intense est nécessaire pour atteindre la saturation, c'est-à-dire pour amener, jusqu'aux électrodes, tous les électrons libérés par la lumière. On peut déduire de ces résultats que, dans le cristal de bromure d'argent, tous les photo-électrons atteignent une tache d'argent. L'effet de l'exposition à la lumière est donc de charger néga-tivement toute tache d'argent présente dans le grain. Cet effet est identique à celui de l'immersion dans le révélateur. Le mouvement des ions intersti-tiels d'argent vers la tache d'argent a lieu de la même manière qu'au cours du développement.

Il semble que l'argent ne se forme pas en filaments, probablement parce que la dureté de la gélatine sèche ne le permet pas. Il serait de grand intérêt d'étudier la forme des taches d'argent produites par l'exposition d'une émulsion humide.

Je dois discuter maintenant les conditions dans lesquelles la tache d'argent peut naître. Pour ceci, il faut avoir déjà, dans le grain, un piège à élec-trons. A moins que ce piège ne se trouve à la surface, la tache se formera à l'intérieur du grain et sera inutile pour le développement. On pense que des pièges constitués par de petits cristaux Ag_2S sont effectivement formés pendant la maturation de l'émulsion par la réaction du AgBr sur des composés organiques sulfurés contenus dans la gélatine. Je vous rappelle que dans les débuts de l'industrie photographique, on avait trouvé nécessaire d'ajouter de la moutarde à la nourriture des vaches dont les os étaient utilisés pour préparer la gélatine.

Beaucoup de phénoménes photographiques peuvent être expliqués au moyen de ce modèle, mais je manque de temps pour les discuter tous ici. Je veux cependant mentionner le fait que les émulsions photographiques sont encore sensibles à des tempé-ratures très basses. On suppose que le mouvement des électrons se produit à n'importe quelle tempé-rature, et qu'ils finissent par être capturés et que les mouvements des ions se produisent lorsque l'émul-sion est ramenée à la température ordinaire pour être placée dans le révélateur. Aux basses tempé-ratures, il est possible de détruire l'effet de l'expo-sition par irradiation à la lumière infrarouge; une détermination expérimentale de la longueur d'onde maximum provoquant cette destruction donnerait des renseignements sur la profondeur des pièges. Je suggère cette recherche aux expérimentateurs présents à cette conférence.

Je voudrais aussi dire quelques mots sur la non-

validité de la loi de réciprocité. Aux très faibles éclairements, la loi est en défaut certainement à cause de la recombinaison des électrons et des atomes de brome, une très petite tache d'argent n'est pas assez stable et les électrons peuvent s'en échapper. Il est donc nécessaire de fournir des électrons avec un rythme suffisant pour compenser la perte par recombinaison. D'autre part, aux éclairements très intenses, il y a une tendance à la formation d'un grand nombre de très petites taches au lieu d'un nombre moins élevé de taches plus grosses.

Enfin, je veux parler de la sensibilisation par les colorants. Vous savez que la sensibilité des émulsions peut être étendue vers le rouge par addition de colorants formant une couche monomoléculaire adsorbés à la surface des grains.

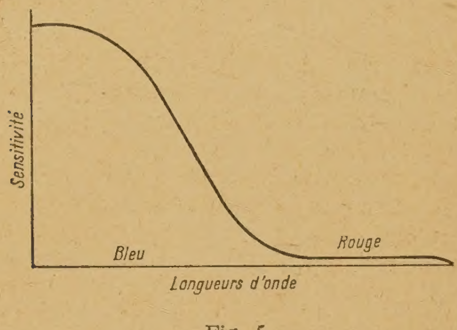


Fig. 5.

Nous avons à expliquer comment la molécule du colorant, qui n'a absorbé qu'une énergie $h\nu$ de lumière de 1 eV environ, peut exciter un électron dans la bande de conduction, ce qui, normalement, demande une énergie d'environ 3 eV.

Il a été montré récemment au laboratoire Kod que les émulsions non sensibilisées ont une sensibil représentée par la courbe de la figure 5. L'intens de la queue n'est qu'un millionième (10^{-6}) de sensibilité dans le bleu. On pense que cette que est due aux transitions en des points favoris par exemple aux contacts du métal. Par conséque l'action du colorant ne consiste pas dans la créati d'un nouveau domaine de sensibilité, mais da l'exaltation de la sensibilité qui existe déjà. C peut se produire de la manière suivante : apr l'absorption d'un quantum par la couche absorb celle-ci resterait dans un état excité penda environ 10^{-8} s. Pendant cette durée, l'énergie d'ex tation peut être transférée un grand nombre de f d'une molécule à l'autre, ce transfert ne dura que 10^{-15} s. Il y a donc une grande probabilité po que l'excitation atteigne une molécule voisine d'u de ces endroits favorisés dont nous avons parl Dans ce cas, une transition sans émission de radi tions se produira; la molécule de colorant reviend à l'état fondamental, et un électron sera émis da la bande de conduction. La formation d'une ima latente suivra.

On connaît d'autres exemples où la présence d'u colorant facilite des réactions photochimiques : p exemple l'oxydation de la cellulose dans les rideau exposés à la lumière du soleil. Certains coloran accélèrent cette réaction indésirable. Le mécanism de cet effet est probablement semblable.

Ceci termine ce que je veux dire au sujet de l'ima photographique. Vous admettrez probablement av moi que, quoique son importance soit princip lement d'ordre technique, elle ouvre des perspectiv intéressantes dans le domaine de la théorie d solides en général.

Manuscrit reçu le 16 septembre 1946.

LES NEUTRONS DE FISSION ET LA RÉACTION EN CHAINE

Par L. KOWARSKI.

Conférence à la Société française de Physique (8 juin 1946).

Sommaire. — Historique des recherches relatives à l'émission des neutrons lors de la fission de l'uranium (Collège de France, mars 1939, et Columbia University), à la détermination du nombre de neutrons par fission et à la réalisation de la réaction nucléaire en chaîne divergente.

Le titre de cette conférence résume et délimite domaine de physique nucléaire expérimentale, ont l'exploration fut la première étape dans la arche vers la conquête de l'énergie atomique. 'est dans cette étape relevant de la physique pure, e l'effort pionnier de la science française a pu manifester d'une façon particulièrement efficace. Les romanciers d'imagination furent les premiers énoncer l'idée que la libération de l'énergie tomique sur une grande échelle deviendrait possible jour où l'on réussirait à créer une réaction nucléaire chaîne, une réaction où les atomes, en se décomosant, arriveraient à contaminer des atomes voisins n nombre suffisant pour que le nombre de décompotions par unité de temps aille en croissant. J'ai rouvé cette idée, exprimée d'une façon assez claire, ans le roman « Last and First Men » publié par laf Stapledon en 1929. Il était naturel que les vants professionnels attendissent d'en savoir un eu plus long sur les processus nucléaires avant e se risquer à émettre des opinions du même genre. rédéric Joliot mentionna le concept de la réaction n chaîne divergente en 1934, dans une de ses remières conférences sur la radioactivité artifielle. Je crois savoir que Leo Szilard, à peu près multanément, avança une tentative plus poussée ans la même direction en se basant sur des données, ue nous savons aujourd'hui erronées, sur la constiution du béryllium. Dans cette tentative, et celles ui lui succédèrent, un facteur nouveau fut reconnu : neutron, qui à cette époque venait à peine d'être écouvert, se prêtait tout particulièrement au rôle e l'agent de transmission d'un noyau à l'autre. n effet, on savait déjà que le neutron est très pte à provoquer des réactions nucléaires de toutes ortes, même et surtout quand il est dépourvu 'énergie cinétique, tandis que les particules qui taient connues précédemment, comme le proton u la particule alpha, ne sont efficaces qu'à l'état rapide, et peu de temps après leur émission deviennent inaptes à entrer en réaction avec les noyaux environnants.

Le problème se précisait donc de la manière suivante : existe-t-il une réaction nucléaire qui puisse être provoquée par l'impact d'un neutron et donner naissance à *plusieurs* neutrons ? (*un* neutron produit serait insuffisant, car la réaction ainsi propagée n'aurait pas le moyen de s'amplifier). La découverte, par F. Heyn en 1937, de la réaction dite (n, $2n$) répondait bien à cette définition, mais comme le neutron initial devait être très rapide et les neutrons émis ne l'étaient pas, les conditions nécessaires pour la propagation de la chaîne n'étaient pas remplies.

La situation changea brusquement après l'annonce de la découverte, amorcée par Hahn et Strassmann et complétée par Frisch et Joliot, de la fission de l'uranium. Cette réaction, exothermique à un degré jusqu'alors inconnu, était bien provoquée par l'impact des neutrons, et l'hypothèse fut immédiatement annoncée (par Joliot et, indépendamment, par Fermi) que cette explosion violente du noyau de l'uranium devait s'accompagner d'une émission de neutrons libres. Voyons de plus près les raisons de cette prédiction.

La dissymétrie fondamentale entre les deux états de la particule nucléaire élémentaire — l'état neutron, sans charge, et l'état proton, chargé — se manifeste d'une façon frappante dans l'opération imaginaire, et souvent imaginée, qui consiste à bâtir un noyau lourd en empilant les particules élémentaires une à une et en passant ainsi successivement par toutes les valeurs du nombre de masse. Les niveaux protoniques et neutroniques tendent d'abord à être occupés sur un pied d'égalité, donnant des noyaux dont le Z, nombre de charge, est égal à la moitié de A, nombre de masse. Au delà de $A = 40$ il apparaît nettement que l'introduction d'un nouveau

proton est entravée par la répulsion coulombienne entre les protons déjà en place et le nouvel arrivant, tandis qu'un nouveau neutron ne se heurte à aucune opposition de ce genre. Cette prédilection pour les neutrons n'est pas absolue; elle se traduit seulement par un excès de neutrons sur les protons dans tous les noyaux stables, c'est-à-dire par le fait que A devient supérieur à $2Z$. A mesure que Z croît, l'opposition coulombienne aux nouvelles arrivées de protons s'accentue et la différence $A - 2Z$ va en croissant. Le fait essentiel à retenir est que cette différence n'est nullement proportionnelle à A, ainsi que la progression suivante le met en évidence (nous choisissons des A impairs afin d'éviter les complications dues à l'existence des isobares) :

$A = 35$,	$Z = 17$ (chlore),	$I = A - 2Z = 1$;
$A = 75$,	$Z = 33$ (arsenic),	$I = 9$;
$A = 115$,	$Z = 49$ (indium),	$I = 17$;
$A = 155$,	$Z = 64$ (gadolinium),	$I = 27$;
$A = 195$,	$Z = 78$ (platine),	$I = 39$;
$A = 235$,	$Z = 92$ (uranium),	$I = 51$.

Dès qu'il était devenu probable que l'uranium enrichi d'un neutron, c'est-à-dire le noyau composé 236 ou 239, ou peut-être les deux, était capable de se scinder en deux morceaux, l'un pesant environ 90-100 unités, l'autre environ 135-150, la question se posa aussitôt : que devient une partie des neutrons excédentaires de l'uranium, puisque les deux morceaux, pris ensemble, n'en peuvent accommoder que 35 à 40 au grand maximum, tandis que les noyaux composés en question en renferment, respectivement, 52 ou 55 ?

Les deux morceaux, les fragments de fission comme on les appelle aujourd'hui, seront β-radioactifs, se dit Joliot, car l'activité β, ou la transformation des neutrons en protons à l'intérieur des noyaux, est la voie naturelle de la résorption des excédents neutroniques démesurés. Et c'est en partant de cette idée qu'il put prouver, indépendamment de la preuve donnée par Frisch, la réalité physique de la fission de l'uranium. Mais la radioactivité β est un processus assez lent. Au milieu du remous créé par la violente dislocation de l'édifice nucléaire de l'uranium, quelques-uns au moins parmi les neutrons surnuméraires ne prendraient-ils pas le chemin de l'évasion pure et simple ?

L'expérience était d'autant plus intéressante à tenter, que la première exploration du phénomène de la fission avait déjà laissé entendre que, dans certains cas au moins, les neutrons n'avaient pas besoin d'être pourvus d'une énergie cinétique considérable pour déclencher la fission. Rien ne s'opposait donc, *a priori*, à ce que les neutrons émis lors de la fission, si cette émission se confirmait, fussent trouvés capables de provoquer d'autres fissions. Cette chaîne, une fois commencée, serait elle capable d'aller en s'amplifiant ? La répons affirmative à cette dernière question ouvrait l porte à toutes sortes de spéculations; aujourd'hu il est plus exact de dire, à toutes sortes d'antici pations. La question complète pouvait être articulé en trois étapes successives :

1° Des neutrons sont-ils émis lors de la fission

2° Si oui, leur nombre par fission est-il supérieu à 1 ?

3° Si oui, est-il possible de créer un systèm uranifère dans lequel les « plus d'un » neutron issus d'une fission soient capables de provoque « plus d'une » fission, compte tenu du fait qu'u neutron peut disparaître du système ou y êtr absorbé avant d'avoir provoqué une fission ?

La tendance de sauter de la question 1° à la ques tion 3° était irrésistible, ainsi qu'en témoigne u certain passage du Rapport officiel américain e ce qui concerne Washington, et mes propre souvenirs en ce qui concerne Paris; la dat du 26 janvier 1939 joue — par pure coïncidence - un rôle important dans les deux cas. Szilard, bie préparé par ses méditations antérieures, commenç à se préoccuper des répercussions politiques possible dès le début de février; cet envol d'imaginatio allait d'ailleurs de pair avec un effort propremen scientifique concentré sur la première étape—preuv ou réfutation de l'hypothèse suivant laquelle de neutrons seraient émis lors de la fission. Des effort parallèles étaient exercés par l'équipe de Ferm travaillant côte à côte avec celle de Szilard Columbia University, New-York, et par l'équip que Joliot venait de constituer au Collège de Franc

Un phénomène provoqué par les neutrons n peut être observé que si une source de neutro est présente dans le système. Parmi les neutro émis primairement par la source, une petite minori seulement arrive à se manifester dans la fissio où elle disparaît et, en même temps, donne peu être naissance à un nombre à peine plus grand d neutrons secondaires. Tout détecteur employé po déceler la présence de ces neutrons secondair serait en même temps submergé par les neutro primaires, beaucoup plus nombreux. La techniq de la détection des neutrons est encore, et était bie davantage en janvier 1939, assez grossière et s adaptation au problème envisagé exigeait le recou à ce que nous pouvions qualifier à cette époq d'artifices spéciaux. C'est dans cet esprit que Joli s'adjoignit le concours de deux travailleurs de s laboratoire, Halban et Kowarski, qui, à cet époque, s'intéressaient particulièrement à l'inte action des neutrons de différente énergie avec l différents éléments chimiques.

Deux voies furent explorées simultanément. L'u

que nous pourrions qualifier de quantitative, consistait à plonger la source dans un système absorbant suffisamment vaste pour qu'aucun neutron produit à l'intérieur n'ait une chance appréciable de s'en échapper. Par des mesures appropriées de densité neutroniques locale et de vie moyenne on arrive à se rendre compte du nombre des neutrons absorbé dans le système par unité de temps. Ce nombre change-t-il, et dans quel sens, si l'on introduit de l'uranium dans le système ? Il est évident qu'une augmentation est une preuve directe et suffisante de l'émission des neutrons par l'uranium. Une diminution est plus délicate à interpréter, car elle peut signifier que l'émission réelle n'arrive pas à compenser, dans les conditions de l'expérience, les différents processus d'absorption par l'uranium, dont certains (comme la capture des neutrons lents par l'isotope 238) n'entraînent pas la fission. De toute façon, puisque l'effet recherché ne pouvait être qu'une différence relativement petite entre deux quantités beaucoup plus grandes et mesurées avec une précision assez limitée, le résultat de l'expérience risquait de manquer de netteté.

L'autre méthode reconnaissant les difficultés de la première, ne visait qu'à un résultat franchement qualitatif. Au lieu d'essayer de distinguer entre les apports des neutrons primaires et secondaires dans l'indication du détecteur, ne pourrait-on pas employer un détecteur qui serait franchement insensible aux neutrons primaires, sensible aux neutrons secondaires ? Certaines sources ne produisent que des neutrons d'énergie assez faible; c'est le cas, par exemple, du béryllium soumis aux rayons γ des éléments de la famille du radium ou du thorium. D'autre part on pouvait s'attendre à ce que les neutrons émis dans la fission fussent assez énergiques. Des détecteurs de neutrons rapides, insensibles aux neutrons plus lents, étaient déjà bien connus à cette époque; c'étaient essentiellement des substances qui réagissent selon le schéma (n, p) ou (n, α) en donnant naissance à des produits radioactifs. Le réactif choisi fut le soufre qui se transmute en phosphore radioactif (période 15 jours) sous l'action des neutrons de plusieurs millions de volts, mais ne donne rien avec les neutrons émis par une source γ-béryllium dont l'énergie n'atteint que quelques centaines de kilovolts.

Les deux expériences furent montées côte à côte au Collège de France en février 1939 : l'expérience quantitative, avec ses cuves remplies de nitrate d'uranyle en solution aqueuse, ou de nitrate d'ammonium qui fut choisi comme substance témoin; et l'expérience qualitative, avec plusieurs litres de sulfure de carbone entourant la source primaire γ-béryllium, avec une couche de nitrate, d'uranyle ou d'ammonium, interposée entre la source et le sulfure. Le résultat définitif ne pouvait être obtenu qu'au bout de quelques semaines de travail : la première expérience exigeait d'innombrables et laborieuses mesures de densité neutronique aux différents endroits de la cuve; la seconde exigeait de longues irradiations nécessaires pour accumuler une activité mesurable dans un détecteur de période aussi longue (15 jours).

Ce fut l'expérience en cuve qui fournit les premiers résultats concluants, et ces résultats furent d'une nature toute différente de ceux en vue desquels l'expérience avait été entreprise ! Car, bien avant que le décompte des neutrons absorbés dans la cuve ait été parachevé, nous nous aperçumes du fait que, dans la cuve à uranium, l'absorption se produisait en moyenne à une plus grande distance de la source, que dans la cuve à ammonium. Ceci pouvait dire que le neutron voyage en moyenne plus loin, donc qu'il est plus énergique, donc qu'il est qualitativement différent, et l'expérience à la cuve rejoignait ici d'une manière inattendue l'argumentation qualitative et l'expérience au soufre. Ceci pouvait dire aussi que le voyage du neutron commence non pas à la source centrale, mais dans une région plus périphérique de la cuve; l'expérience arrivait à différencier ainsi les neutrons secondaires non plus par leur énergie mais par leur lieu de naissance. Ce fut la conclusion de notre première communication datée du 8 mars; les résultats de l'expérience au soufre n'étaient acquis que plus de deux semaines plus tard.

Les deux équipes de la Columbia University n'étaient distancées que d'une semaine, car les premières communications de Fermi et de Szilard étaient datées du 15 mars ! Par un curieux parallélisme, la bifurcation en voie quantitative et voie qualitative eut lieu à New-York exactement comme à Paris. Fermi et ses collaborateurs, Anderson et Hanstein, adoptèrent le principe du décompte des neutrons; ils avaient utilisé une disposition géométrique différente de la nôtre et conduisirent leur expérience d'un point de vue strictement quantitatif. Szilard et Zinn, au contraire, adoptèrent immédiatement le principe d'utiliser une source de neutrons relativement lents et un détecteur qui n'enregistre que des neutrons relativement rapides; le détecteur était ici une chambre d'ionisation à hélium. Cette première expérience fournit même une première indication, très grossière, du nombre de neutrons par fission en anticipant ainsi sur ce que nous avons appelé la deuxième étape de notre programme.

Ces premiers résultats obtenus par les équipes américaines ne furent suivis par des résultats plus approfondis qu'à plusieurs mois de distance. Durant ce même intervalle, l'équipe de Paris s'attaqua résolument au problème de la réaction en chaîne en suivant de près le programme en trois étapes que nous avons énoncé tout à l'heure.

La première étape, preuve de l'émission de

neutrons de fission, était désormais franchie, surtout après que l'expérience au soufre avait donné un résultat nettement positif et immédiatement interprétable. La deuxième étape, détermination du nombre des neutrons par fission, exigeait la connaissance de certaines constantes physiques de l'uranium, notamment les valeurs des probabilités relatives des différents modes d'interaction avec les neutrons lents. Certaines de ces probabilités, présentées comme d'habitude sous forme de « sections efficaces » attribuées au noyau de l'uranium pour tel ou tel processus, venaient d'être mesurées en Amérique; d'autres, notamment celles pour la capture des neutrons lents et très lents par l'isotope 238, furent mesurées par l'équipe même de Paris. La connaissance de ces constantes permettait de calculer la vie moyenne des neutrons dans un système uranifère donné et de là déduire le nombre des neutrons naissant dans le système par unité de temps, en supposant que le nombre des neutrons présents à chaque instant dans le système soit fourni par une détermination expérimentale directe.

Notre expérience dite quantitative, consistant à dénombrer les neutrons présents dans une cuve à uranium, fournissait précisément une telle détermination directe, et c'est ainsi qu'il nous fut possible d'en déduire une première évaluation du nombre de neutrons émis, en moyenne, par fission. La valeur que nous avons publiée en avril 1939, 3,5 neutrons secondaires par fission, apparaît aujourd'hui comme nettement trop élevée, et il est curieux de constater que la première évaluation grossière de Szilard et Zinn, deux neutrons par fission, était probablement plus proche de la réalité. L'inexactitude de notre premier résultat était due au fait qu'au lieu de provenir de l'observation directe, comme celui de Szilard, il n'était qu'un sous-produit d'une étude plus vaste, mettant en jeu toute une série d'observations sur l'interaction des neutrons avec les milieux uranifères. A mesure que notre connaissance des autres facteurs du problème s'améliorait, la précision de ce résultat particulier, le nombre de neutrons par fission, s'améliorait aussi et en même temps une connaissance de plus en plus profonde de la réaction en chaîne était obtenue.

Nous voici donc en plein dans la troisième étape : recherche d'un milieu uranifère dans lequel les neutrons sont amenés à produire la fission plutôt qu'autre chose; dans lequel les « plus d'un » neutrons issus d'une fission ont si peu de chances de disparaître dans les processus d'absorption parasites, que le nombre de fissions ultérieures qu'ils causent reste plus grand que un. Je crois utile d'abandonner ici l'ordre historique et de présenter le problème avec les notions et explications empruntées à la publication officielle américaine, dite Rapport Smyth. J'ajouterai que les grandes lignes de ce raisonnement étaient déjà ébauchées par l'équipe de Paris, dès octobre 1939, mais devaient être tenues secrètes à cause des conditions de guerre.

Deux faits physiques dominent la situation. Le premier est que les neutrons de fission sont émis avec une énergie dépassant à peine le seuil (de l'ordre de 1 million de volts) nécessaire pour provoquer la fission de l'isotope abondant 238 et que, de toute façon, la perte d'énergie par chocs inélastiques amène immédiatement la grande majorité d'entre eux au-dessous de ce seuil. L'isotope 238 dès le début joue donc un rôle presque exclusivement improductif; il absorbe des neutrons sans en produire de nouveaux. Le deuxième fait dominant est qu'aux énergies neutroniques très basses, de l'ordre thermique, la section efficace de l'isotope 235 pour l'absorption fissigène (je vous demande pardon de ce néologisme calqué sur des mots bien académiques tels que fissile ou fissipare) augmente très considérablement, sans que la section efficace de 238 pour l'absorption improductive accuse un accroissement comparable. Il y a donc un intérêt évident à ralentir les neutrons avant qu'ils aient une chance appréciable de frapper l'un des deux isotopes de l'uranium, et ceci peut être obtenu en mélangeant l'uranium avec un élément très léger.

Notez qu'aux débuts de l'étude de la réaction en chaîne on n'osait pas envisager, comme une chose praticable, le moyen le plus direct de se débarrasser de l'effet nocif de l'isotope 238, ce moyen consistant simplement à opérer avec l'isotope 235 pur ou sensiblement pur. Notre raisonnement suppose toujours que les deux isotopes sont présents dans leur proportion naturelle, un 235 pour 140 atomes de 238; que le milieu contient, en outre, l'élément léger ralentissant et que l'extension du milieu est indéfinie, ceci afin de pouvoir, au début, faire abstraction de la perte des neutrons par évaporation à la surface extérieure du système.

Considérons le sort de N neutrons introduits dans un tel milieu, avec des énergies initiales comparables à celles dont les neutrons de fission sont dotés au moment de leur émission; il importe peu que nos N neutrons soient en effet dus à des fissions antérieures ou proviennent d'une source extérieure quelconque. Nous venons de voir qu'un petit nombre parmi ces N neutrons seront capables de provoquer la fission de U 238 et de produire ainsi quelques neutrons supplémentaires; nous exprimons ce fait en multipliant le nombre N par un facteur e légèrement plus grand que 1. Les Ne neutrons, encore rapides, mais déjà incapables de causer la fission de U 238, continuent à diffuser dans le système en dissipant peu à peu leur énergie cinétique dans des chocs élastiques contre les noyaux de l'élément léger modérateur. Au moment où l'énergie du neutron arrive, en descendant par sauts discontinus dans la région dite de résonance (de l'ordre de

quelques volts à quelques centaines de volts), l'énergie risque de prendre une des valeurs assez étroitement délimitées, qui rendent le neutron anormalement susceptible d'être absorbé par l'U 238. Une partie non négligeable du nombre total Ne reste ainsi sur le carreau, si j'ose dire, et c'est seulement le nombre Nep (p, facteur plus petit que 1) qui parvient jusqu'aux énergies de l'ordre thermique. Une fois devenu thermique, le neutron diffuse jusqu'à ce qu'il soit absorbé, soit par l'élément modérateur, soit par l'uranium sans que la capture entraîne la fission (on connaissait déjà la capture conduisant à l'isotope β-actif U 239, sans qu'il fût possible de nier la possibilité d'autres processus de capture improductive), soit enfin par l'uranium avec fission comme résultat. En désignant par $(1 - f)$, $f(1 - c)$ et fc les probabilités relatives de ces trois modes d'absorption, et par ν le nombre moyen de neutrons émis par fission, nous arrivons à la conclusion que le nombre de fissions correspondant à nos N neutrons rapides initiaux sera $Nepfc$ et le nombre de neutrons rapides résultant de ces fissions sera $Nepfc\nu$. Chaque neutron donne naissance à $k = epfc\nu$ neutrons de la génération suivante; il est évident que la réaction en chaîne tend à se propager ou à s'étouffer suivant que k est plus grand ou moins grand que 1.

La troisième et dernière étape de notre recherche devait donc fournir une réponse à la question; est-il possible de créer un milieu, composé d'uranium naturel et d'un modérateur, dans lequel k soit plus grand que 1 ?

Parmi les différents facteurs qui entrent dans l'expression de k, ν et c sont des constantes naturelles de l'uranium; leurs valeurs ne dépendent donc pas de la composition ou de l'agencement du milieu. Le facteur e est toujours voisin de 1; les dispositions que l'on peut prendre pour lui donner une valeur maxima ne peuvent produire de toute façon que des améliorations du deuxième ordre. C'est sur p, la proportion des neutrons qui échappe à la capture improductive par résonance, et sur f, la proportion des neutrons thermiques qui échappe à la capture par l'élément modérateur, que l'effort principal dut être porté.

La chance d'échapper à la capture par résonance est d'autant plus grande que les atomes ralentissants sont plus légers et *plus* nombreux par atome d'uranium présent. La chance d'échapper à la capture par le modérateur est d'autant plus grande que les atomes modérateurs ont moins d'affinité pour les neutrons, et qu'ils sont *moins* nombreux par atome d'uranium présent. D'où une première orientation : prendre un élément très léger, ayant une faible section efficace pour la capture des neutrons thermiques, et en introduire une quantité qui réalise le meilleur compromis entre les deux exigences contradictoires énoncées ci-dessus.

Un autre compromis concerne la distribution géométrique des deux constituants du milieu. Il y a intérêt à placer l'uranium et le modérateur dans des zones géométriquement distinctes, car au moment où le neutron en cours de ralentissement atteint la bande dangereuse d'énergie, ceci a lieu nécessairement à l'intérieur d'une des zones remplies par le modérateur, et le neutron se trouve soustrait au danger immédiat d'être absorbé par résonance. D'autre part, puisque l'arrivée dans le domaine thermique se passe, elle aussi, à l'intérieur d'une des zones modératrices, il y a un risque accru d'absorption du neutron thermique par le modérateur avant qu'il arrive jusqu'à une zone uranifère. En résumé, on améliore p en distribuant les ingrédients en zones de *grandes* dimensions; on améliore f en adoptant une cellule élémentaire aussi *petite* que possible. Les dimensions optima réalisant le maximum du produit pf peuvent être calculées à partir des considérations théoriques assez élémentaires.

Telles étaient les considérations qui avaient guidé nos efforts dès octobre 1939, et nous apprîmes par la suite que nos collègues américains, Fermi et Szilard en tête, suivaient un chemin analogue. A cette époque nous savions déjà que les mélanges homogènes d'eau et d'oxyde d'uranium ne permettraient d'atteindre qu'un facteur de reproduction k de l'ordre de 0,8 à 0,9; l'avantage évident de l'hydrogène, son extrême efficacité à faire passer aux neutrons la bande d'énergie dangereuse, n'arrivait pas ainsi à compenser son défaut, une trop grande affinité pour les neutrons thermiques. Il était probable, et déjà confirmé par les expériences préliminaires, que l'amélioration résultant d'un arrangement hétérogène n'arriverait pas à pousser k au delà de 1. Il fallait donc s'orienter résolument vers l'adoption d'un élément modérateur peu absorbant. Atome par atome il serait évidemment moins efficace que l'hydrogène, puisque moins léger, mais comme il serait permis de l'employer en concentration plus grande, on pouvait essayer de corriger la qualité par la quantité. Les éléments très légers, maniables et peu absorbants, ne sont guère nombreux; le deutérium, le béryllium et le carbone semblent être les seules possibilités pratiques. Et le mot « pratique » paraît bien téméraire, quand on pense que les quantités disponibles de deutérium, de béryllium et même de carbone d'une pureté suffisante se mesuraient en kilos tout au plus, tandis que la quantité nécessaire pour alimenter et maintenir la réaction en chaîne une fois amorcée, pouvait être évaluée à quelques tonnes ou dizaines de tonnes au moins. Le mouvement d'opinion nécessaire pour mettre en œuvre des programmes aussi gigantesques restait à créer; la plausibilité de nos prévisions devait être mise en évidence et toute cause inattendue d'un échec devait être explorée autant que possible

avant qu'une mise de fonds importante soit engagée. Pour cette raison, il était important de trouver les moyens d'étudier le mécanisme de la reproduction neutronique dans des systèmes de masse réduite, c'est-à-dire insuffisante à maintenir la réaction en chaîne, mais dont les ingrédients seraient plus faciles à réunir.

Ce sont ces considérations qui nous ont amenés, au printemps 1940, à ramener en France le stock norvégien de l'eau lourde et à le faire passer en Angleterre à un moment dicté par la situation militaire. Les résultats obtenus à Cambridge, fin 1940, furent jugés décisifs par les milieux gouvernementaux intéressés. Un an et demi plus tard, Fermi et son équipe arrivaient à un point analogue et le dépassaient immédiatement, en employant le graphite comme modérateur. En décembre 1942, la première pile à graphite devenait le siège d'une réaction nucléaire en chaîne divergente, réalisant la transmutation et le dégagement d'énergie atomique sur une échelle macroscopique et fournissant ainsi une preuve expérimentale éclatante de la validité des conceptions physiques que nous venons de passer en revue.

Manuscrit reçu le 15 Juin 1946.

ÉTABLISSEMENT DE L'ILLUMINATION FUGACE DE CERTAINS SULFURES. APPLICATION A L'ÉLECTROPHOTORADIOGRAPHIE.

Par G. DESTRIAU et J. MATTLER.

Laboratoire de luminescence (Physique P. C. B.), Faculté des Sciences de Paris.

Sommaire. — Les auteurs montrent que l'énergie lumineuse libérée à l'illumination fugace de certains sulfures de zinc préalablement irradiés aux rayons X, puis soumis à l'action d'un champ électrique alternatif, passe par un maximum pour une certaine dose de rayons X. Ils étudient les diverses circonstances qui modifient la position de ce maximum et à la lumière de leurs résultats ils indiquent une nouvelle méthode d'étude des matériaux « l'électrophotoradiographie » (image radiographique par illumination fugace).

Introduction. — La plupart des sulfures de zinc préalablement soumis à l'action des rayons X, puis à l'action d'un champ électrique, s'éclairent vivement, mais d'une manière très fugace. Ce phénomène, masqué parfois par un phénomène inverse d'extinction de la phosphorescence visible, exige pour être observé en toute pureté qu'entre la fin de l'irradiation aux rayons X et l'action du champ il s'écoule un temps suffisant de repos pour que la phosphorescence résiduelle soit assez affaiblie. Pour les références bibliographiques concernant ce phénomène d'illumination fugace on pourra se reporter aux articles récemment publiés dans cette revue [1]. Les champs électriques utilisés ont été de l'ordre de 30000 V : cm.

L'un de nous a montré que cette illumination fugace devait être attribuée à la désactivation de centres luminogènes dont la vie moyenne dans l'état excité était particulièrement élevée (1). Comme corollaire à cette grande vie moyenne on aurait dû, semble-t-il, s'attendre à ce que l'énergie lumineuse libérée lors de l'illumination fugace soit une fonction régulièrement croissante de la durée d'irradiation avec tendance vers une valeur de saturation atteinte, vu la stabilité relative de ces centres, en un temps relativement long. Des expériences effectuées par Mlle Bernard [2] avec un appareillage de rayons X peu puissant donnant 30 kV seulement et agressif, ce qui imposait une distance focale élevée, semblèrent confirmer ces prévisions.

Nous avons repris la question avec des appareils permettant d'irradier les substances luminescentes à très courte distance de l'anticathode du tube générateur, donc avec des faisceaux plus intenses. Les résultats obtenus nous ont montré que, contrairement à ce qui se passe pour l'établissement de la fluorescence excitée par les rayons X, l'énergie lumineuse totale libérée par un champ alternatif lors de l'illumination fugace, croît d'abord avec la durée d'irradiation, passe par un maximum, puis décroît régulièrement.

Dispositif expérimental. — La substance luminescente est disposée en couche mince dans l'huile entre deux électrodes dont l'une est transparente (montage classique pour l'étude des phénomènes d'électrophotoluminescence); l'irradiation est produite par des appareils générateurs de rayons X modernes avec tubes protégés dans l'huile. La distance focale d'irradiation est très faible, 18 cm pour un générateur du type tension constante 200 kV (2) et 11 cm pour un générateur du type autoredresseur à 80 kV (3). L'énergie lumineuse totale libérée à l'illumination fugace est mesurée par une cellule photoélectrique à couche d'arrêt fermée sur un galvanomètre Zernicke muni de l'équipage Zc et fonctionnant en balistique. La résistance du galvanomètre étant faible (15 Ω) l'intensité débitée par la cellule photoélectrique est proportionnelle au flux lumineux φ qu'elle reçoit, la quantité d'électricité débitée $\int i \, \mathrm{d}t$ est donc proportionnelle à l'énergie lumineuse reçue

$$\int i \, \mathrm{d}t = k \int \varphi \, \mathrm{d}t.$$

La durée de l'illumination fugace étant d'une fraction de seconde et la période d'oscillation du galvanomètre de 7 s, celui-ci fonctionne donc en balistique et l'élongation maximum atteinte après la décharge est bien proportionnelle à la quantité d'électricité débitée, donc proportionnelle à l'énergie lumineuse totale, que nous appellerons encore « somme de lumière » libérée lors de l'illumination fugace.

Résultats expérimentaux. — Nous avons en premier lieu confirmé que la luminescence visible

(1) Au lieu de parler de centres luminogènes de longue durée, il serait peut-être plus correct de parler du retour d'électrons de phosphorescence momentanément fixés sur des niveaux discrets plus profonds du réseau cristallin.

(2) Aimablement mis à notre disposition par M. Bastien à l'École Centrale des Arts et Manufactures.

(3) Acheté grâce à une subvention du Centre National de la Recherche Scientifique.

excitée par les rayons X allait tout d'abord en croissant avec la durée d'irradiation, puis une saturation est atteinte au bout d'un certain temps; les courbes de la figure 1 montrent quelques résultats.

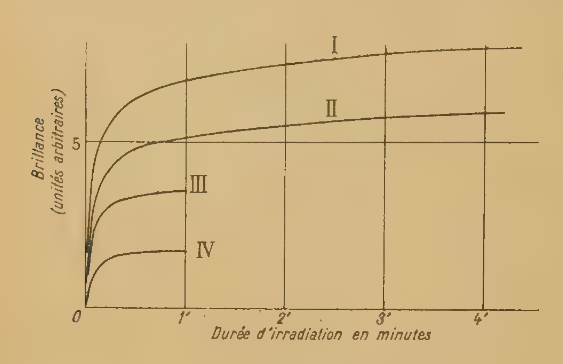


Fig. 1.

Courbe	I	intensité	4	milliampères
»	II	»	3	»
»	III	»	2	»
»	IV	»	1	»

Pour une durée donnée d'irradiation la brillance de l'écran luminescent est proportionnelle à l'intensité secondaire débitée dans le tube à rayons X, donc proportionnelle à l'intensité du faisceau excitateur, mais toutes ces courbes croissent régulièrement, si bien que même après 5 min d'irradiation, la saturation n'est pas encore atteinte pour certains sulfures.

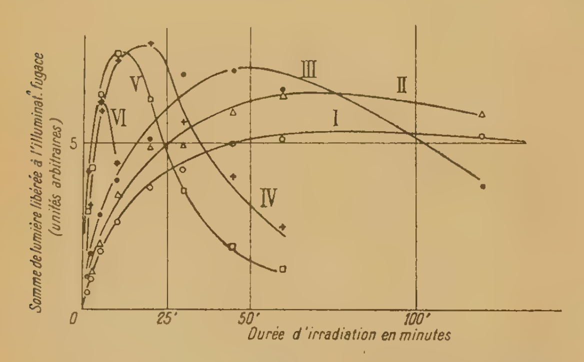


Fig. 2. — SZn (Cu) [Güntz 107]. Tension 60 kV (montage 1/2 onde).

⊙	Courbe	I	intensité	250	μA
△	»	II	»	400	»
●	»	III	»	600	»
+	»	IV	»	1175	»
⊡	»	V	»	2070	»
★	»	VI	»	4000	»

Les courbes des figures 2, 3, 4 et 5 montrent l'évolution de la somme de lumière S libérée à l'illumination fugace en fonction de la durée (t) d'irradiation aux rayons X pour un sulfure de zinc activé par du cuivre. Toutes ces courbes présentent un maximum qui est plus ou moins rapidement atteint suivant que l'intensité secondaire débitée dans le tube est plus ou moins élevée.

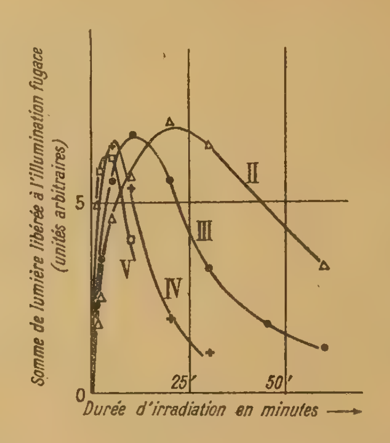


Fig. 3. — Tension 80 kV (montage 1/2 onde).

△	Courbe	II	intensité	400	μA
●	»	III	»	600	»
+	»	IV	»	1175	»
⊡	»	V	»	2025	»

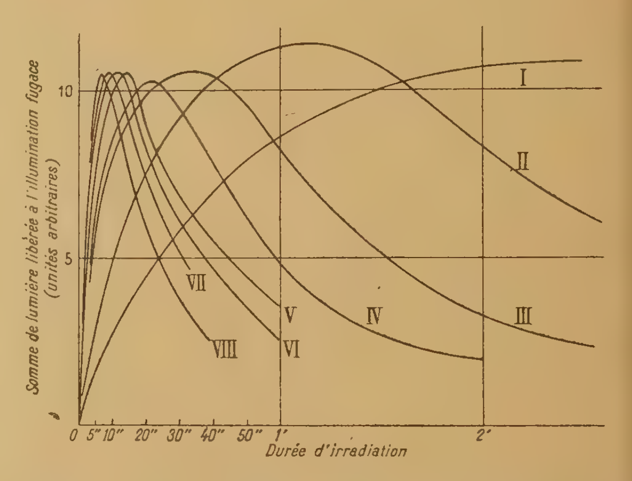


Fig. 4. — Tension 180 kV (montage à tension constante).

Courbe	I	0,5	mA
»	II	1	»
»	III	2	»
»	IV	3	»
»	V	4	»
»	VI	5	»
»	VII	6	»
»	VIII	8	»

La durée de l'irradiation aux rayons X nécessaire pour atteindre le maximum est, pour une tension donnée, inversement proportionnelle à l'intensité secondaire débitée dans le tube; or, l'intensité du faisceau de rayons X lui étant proportionnelle, le maximum est donc atteint pour une dose constante de rayonnement.

Nous obtenons ainsi les tableaux suivants :

Durée d'irradiation nécessaire pour obtenir le maximum.	Intensité du courant secondaire débité dans le tube.	Nombre de milliampères secondes nécessaires pour obtenir le maximum.	Moyenne.
Résultats d'après les courbes de la figure 2. (Montage demi-onde, tension de crête 60 kilovolts).			
sec	mA		
300	4	1 200	1 500
720	2,07	1 490	
1 200	1,175	1 410	
2 880	0,600	1 728	
4 500	0,400	1 800	
5 100	0,250	1 275	
Résultats d'après les courbes de la figure 3. (Montage demi-onde, tension de crête 80 kilovolts).			
240	2,025	490	450
360	1,175	423	
660	0,600	396	
1 200	0,400	480	
Résultats d'après les courbes de la figure 4. (Montage tension constante 190 kilovolts).			
7	8	56	62
9,5	6	57	
11,5	5	57	
14,5	4	58	
21	3	63	
33	2	66	
68	1	68	
140	0,5	70	
Résultats d'après les courbes de la figure 5. (Montage tension constante 90 kilovolts).			
32	6	192	192
64	3	192	

Toute autre modification du régime de fonctionnement (tension appliquée au tube à rayons X, filtration du faisceau) entraîne pareillement une modification de la position du maximum. Par exemple sur la figure 6, l'intensité secondaire étant maintenue constante, la durée d'irradiation nécessaire à l'obtention du maximum est d'autant plus réduite que la tension de fonctionnement du tube à rayons X est plus élevée. Sur les figures 7 et 8, les conditions de fonctionnement du tube étant maintenues constantes, mais le faisceau de rayons X étant filtré par des épaisseurs variables de cuivre, le maximum est d'autant plus vite atteint que la filtration est plus faible.

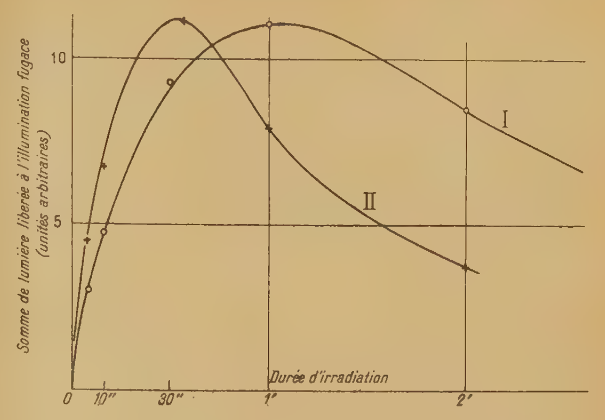


Fig. 5. — Tension 90 kV (montage à tension constante).
Courbe I 3 mA
» II 6 »

D'une manière tout à fait générale, lorsqu'on modifie régulièrement une seule des constantes de fonctionnement, la durée d'irradiation nécessaire pour obtenir le maximum est d'autant plus faible que l'intensité ionométrique du faisceau de rayons X est plus élevée.

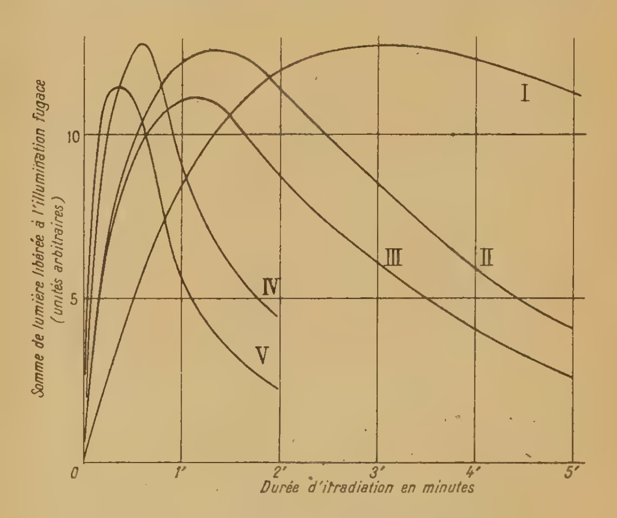


Fig. 6. — Intensité constante 3 mA.
Courbe I tension 55 kV
» II » 82 »
» III » 94 »
» IV » 139 »
» V » 196 »

Mais si la position du maximum dépend beaucoup des conditions d'irradiation, sa valeur par contre, en paraît absolument indépendante. Ce résultat remarquable montre qu'à ce moment le nombre de centres luminogènes affectés par le champ et

responsables du phénomène d'illumination fugace est assez bien déterminé.

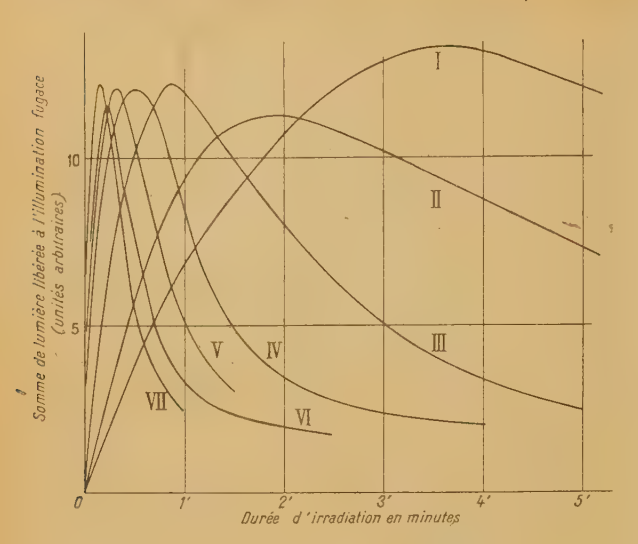


Fig. 7. — Tension 191 kV, intensité 6 mA.

Courbe	I	filtration	3,1	mm Cu
»	II	»	2,0	» »
»	III	»	1,0	» »
»	IV	»	0,45	» »
»	V	»	0,2	» »
»	VI	»	0,1	» »
»	VII	»	0	» »

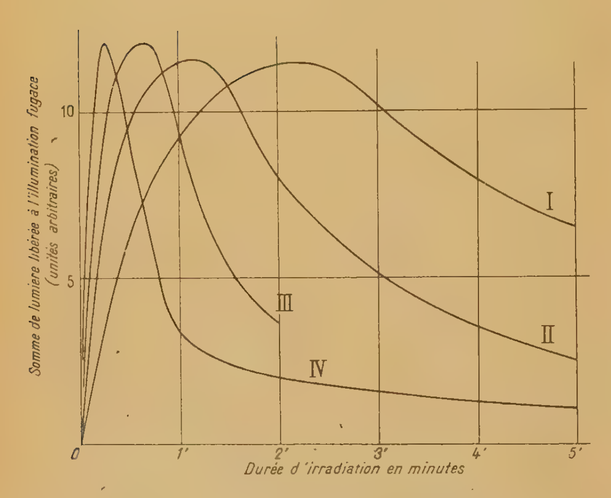


Fig. 8. — Tension 146 kV, intensité 6 mA.

Courbe	I	filtration	1,0	mm Cu
»	II	»	0,45	» »
»	III	»	0,2	» »
»	IV	»	0	» »

Il nous a paru intéressant de comparer en unités roentgen internationales les doses de rayonnement qui aux divers régimes correspondent aux maxima. (Les mesures ont été effectuées avec un dosimètre de Hammer.) Si l'on ne modifie pas la bande spectrale du faisceau de rayons X, cette dose est évidemment sensiblement constante puisqu'elle est, dans ces conditions, proportionnelle au nombre de milliampères secondes débités. Pour toute autre modification de régime, la dose nécessaire pour atteindre le maximum est d'autant plus élevée que la longueur d'onde moyenne du faisceau excitateur est plus faible (rayonnements plus « pénétrants »). Ainsi, sans filtration supplémentaire autre que les 2 mm d'aluminium de la fenêtre de sortie, nous obtenons avec le montage à tension constante les résultats suivants :

Tension appliquée au tube à rayons X.	Dose en r qui correspond au maximum.
kV 196	90
139	75
94	55
82	50
55	55

En modifiant la filtration, nous obtenons pareillement :

Filtration par du cuivre.	Dose en r qui correspond au maximum.
Tension 191 kilovolts.	
mm 3,1	275
2,0	205
1,0	135
0,45	110
0,2	95
0,1	95
0	95
Tension 171 kilovolts.	
2,0	160
1,0	135
0,45	110
0,2	95
0	80
Tension 146 kilovolts.	
1,0	120
0,45	100
0,2	90
0	75

Ces résultats sont à rapprocher de ceux qui avaient été observés par l'un d'entre nous [3] dans l'excitation de la fluorescence par les rayons X, l'efficacité de ceux-ci diminuant en même temps que leur

longueur d'onde du fait de leur plus faible absorption par la substance.

On serait en droit de se demander si la position du maximum ne dépend pas de la valeur efficace du champ électrique appliqué à la substance. Les essais effectués, traduits par les courbes de la figure 9,

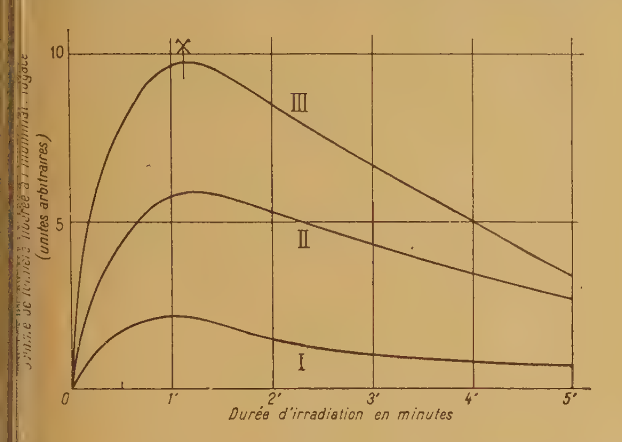


Fig. 9. — Tensions sur la cellule électrophotoluminescente.
Courbe I 545 V
» II 1090 »
» III 1635 »

montrent qu'il n'en est rien. Pour des tensions efficaces variant de 545 à 1635 V les maxima, aux erreurs d'expériences près, se placent autour de 67 s, mais la valeur de ces maxima dépend évidemment beaucoup de la tension appliquée à la cellule électrophotoluminescente, les courbes étant d'autant plus élevées que la tension est grande.

Phénomènes d'hystérésis. — Nous savons combien ces phénomènes sont importants non seulement en électrophotoluminescence, mais également dans la phosphorescence. Faibles dans certains cas, notamment avec le S Zn qui nous a servi ci-dessus, l'hytérésis est au contraire particulièrement importante avec certains échantillons tels qu'un sulfure mixte de zinc et de cadmium; un repos de plusieurs heures est alors nécessaire entre deux expériences consécutives pour obtenir à nouveau l'illumination fugace avec sa pleine intensité lorsque l'irradiation aux rayons X a été trop prolongée.

Avec une telle substance l'illumination fugace, au lieu d'être constante, va continuellement en décroissant lorsqu'on répète à intervalles réguliers la même expérience toutes les 30 min par exemple.

Ces sulfures se prêtent donc difficilement à l'étude correcte de l'illumination fugace car les résultats obtenus sont du fait de cette hystérésis fortement erronés. Les maxima des courbes $S = f(t)$ semblent apparemment varier beaucoup en intensité et la position de ces maxima reste elle-même déterminée de façon très aléatoire.

A titre indicatif, voici quelques résultats :

Numéro d'ordre des expériences répétées toutes les 30 minutes.	Somme de lumière libérée à l'illumination fugace (unités arbitraires). — Temps d'irradiation aux rayons X.		
	10 minutes.	20 minutes.	28 minutes.
1	53,5	49	19,5
2	50	36,5	15
3	49	32	12
4	48,5	27,5	9,5
5	44	20	10
6	43,5	18	8,5
7	43	18,5	8,5
8	42	17	7,5
9	43	16,5	6,5
10	41	12	5,5
11	40,5	15	4,5
12	39	14	4,5

Interprétation théorique. — La présence du maximum est assez surprenante. Considérons une seule espèce de centres de vie moyenne τ dans l'état excité, soit n_0 le nombre de ces centres présents au temps zéro, n le nombre de centres excités au temps t, a la probabilité pour que sous l'action du faisceau X excitateur un centre de cette espèce soit excité dans l'unité de temps, on a

$$dn = a(n_0 - n)\,dt - n\frac{dt}{\tau},$$

c'est-à-dire en posant $b = \frac{1}{\tau}$

$$dn = a(n_0 - n)\,dt - bn\,dt. \qquad [1]$$

L'intégration de cette équation différentielle fournit une valeur de n régulièrement croissante avec le temps t, tendant asymptotiquement vers une valeur limite pour t infini, l'allure de cette courbe rappelle celle de l'établissement de la luminescence visible excitée par les rayons X (courbes de la figure 1). En fait, comme il a été indiqué dans un mémoire précédent, la courbe réelle s'obtiendrait par une somme de fonctions identiques correspondant à des centres de vies moyennes diverses, mais cette somme ne saurait présenter de maximum puisque tous les termes en sont régulièrement croissants.

Les résultats expérimentaux sur l'établissement de l'illumination fugace montrent donc que cette théorie est trop simple, il en est de même de toute hypothèse qui tendrait à poser une désactivation proportionnelle à une puissance quelconque de n.

Mais l'irradiation aux rayons X produit une

ionisation générale des atomes et non point limitée seulement aux centres luminogènes. Il est permis de penser que la présence d'atomes ionisés à proximité des centres de longue durée, responsables du phénomène d'illumination fugace, augmente leurs chances de désactivation spontanée.

Soit donc N_0 le nombre d'atomes du diluant présents au temps zéro et N le nombre de ces atomes ionisés à l'instant t, la probabilité de désactivation spontanée dans l'unité de temps des centres luminogènes excités doit être accrue d'une quantité cN proportionnelle à N, si bien que l'équation [1] retouchée par la présence de ce terme devient

$$\mathrm{d}n = a(n_0 - n)\,\mathrm{d}t - (b + cN)n\,\mathrm{d}t. \qquad [1\ bis]$$

Mais N_0 étant très grand devant n_0, puisque l'impureté phosphorogène est extrêmement diluée et qu'une faible partie seulement de cette impureté se trouve à l'état actif [4], il est logique de négliger l'action désactivante sur les atomes du diluant, des groupements luminogènes ionisés, si bien que l'évolution du nombre N d'atomes de diluant ionisés suit une loi analogue à celle de la relation simple [1]

$$\mathrm{d}N = A(N_0 - N)\,\mathrm{d}t - BN\,\mathrm{d}t, \qquad [2]$$

qui, par intégration, fournit immédiatement

$$N = \frac{A}{A + B} N_0 [1 - e^{-(A+B)t}],$$

expression qui portée dans [1 *bis*] permet de déterminer la relation $n = f(t)$.

Il ne saurait être question de poursuivre ici un calcul rigoureux car la connaissance de la répartition statistique des centres luminogènes de diverses vies moyennes nous échappe, bornons-nous donc simplement à montrer que cette hypothèse explique normalement la présence du maximum observé. Si l'évolution de N dans le temps est lente devant celle de n, on peut s'en tenir pour N au premier terme du développement en série

$$N \# AN_0 t,$$

d'où

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + (a + b + c\,AN_0 t)n - an_0 = 0,$$

expression de la forme

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + (\alpha + \beta t)n - an_0 = 0,$$

équation linéaire classique dont l'intégration fournit

$$n = an_0 \sqrt{\frac{2}{\beta}}\, e^{-x^2} \int_{\frac{\alpha}{\sqrt{2\beta}}}^{x} e^{x^2}\,\mathrm{d}x$$

avec

$$x = \sqrt{\frac{\beta}{2}} \left(t + \frac{\alpha}{\beta}\right).$$

Le maximum de n a lieu pour un temps t tel que

$$\int_{\frac{\alpha}{\sqrt{2\beta}}}^{x} e^{x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{e^{x^2}}{2x},$$

et il est facile de montrer que cette équation admet toujours une racine, en outre pour t infini n tend vers zéro. Notre hypothèse rend donc bien compte qualitativement du phénomène, toutefois, à l'inverse de l'illumination fugace, les fluorescences et phosphorescences excitées par les rayons X vont constamment croissant avec la durée d'irradiation avec tendance cependant vers une limite de saturation, il n'y a pas ici de maximum, il faut donc admettre que l'action désactivante des atomes ionisés du diluant se porte uniquement sur les centres de longue durée responsables du phénomène d'illumination fugace. Les phénomènes sont cependant plus complexes, en irradiant avec des rayons ultraviolets et non plus avec des rayons X on devrait s'attendre à ne plus avoir de maximum dans l'établissement de l'illumination fugace. En fait, des expériences actuellement en cours par l'un d'entre nous semblent montrer que le maximum persiste dans ce cas.

L'électrophotoradiographie. — La présence des maxima des courbes $S = f(t)$ suggère un nouveau moyen d'étude des matériaux. Supposons qu'entre le tube à rayons X et la substance luminescente nous interposions un écran métallique absorbant formé d'un empilage de disques concentriques de même épaisseur mais de diamètres régulièrement décroissant, l'épaisseur totale de l'écran va ainsi régulièrement croissant par échelons de la périphérie vers le centre. Si nous nous en tenons à la luminescence visible excitée par les rayons X sur l'écran au sulfure de zinc, l'ombre portée des disques est de plus en plus sombre de la périphérie vers le centre, c'est cette même apparence qu'on obtient en radiographiant directement l'empilage des disques. Au lieu d'opérer ainsi, par photographie directe, laissons après irradiation reposer l'écran luminescent de manière à réduire suffisamment la luminescence visible résiduelle, projetons son image sur une pellicule photographique, puis appliquons le champ, l'image photographique du disque est dans ce cas uniquement due à l'illumination fugace différente suivant que les régions de l'écran ont été plus ou moins irradiées. Pour une faible durée d'irradiation, les couronnes périphériques moins épaisses sont les plus impressionnées et « l'électrophotoradiographie » ressemble aux radiographies ordinaires, pour une durée d'irradiation plus longue, ce sont les couronnes intermédiaires qui sont plus impressionnées car pour les régions périphériques le maximum de $S = f(t)$ est dépassé tandis que pour les régions centrales il n'est pas encore atteint.

enfin pour des durées d'irradiation suffisamment prolongées c'est la région centrale qui se montre au contraire la plus impressionnée.

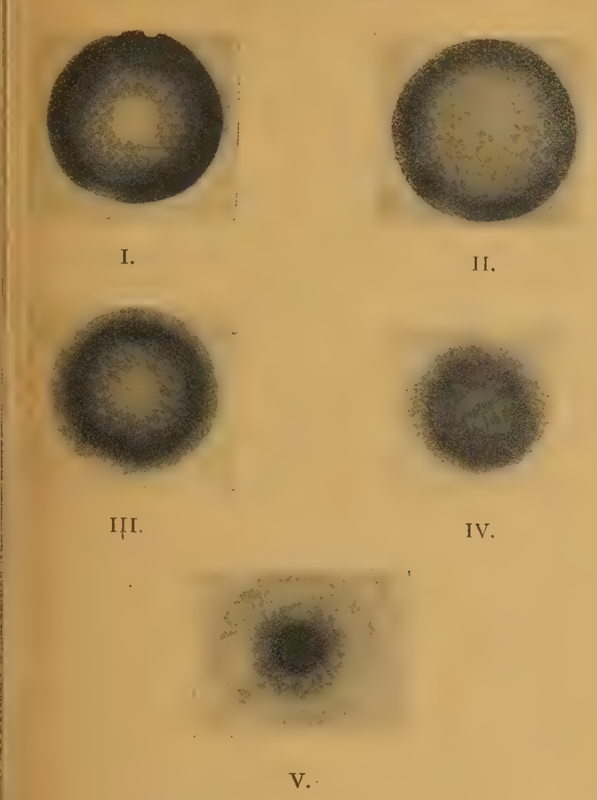


Fig. 10. — Comparaison entre la radiographie (cliché I) et les électrophotoradiographies (clichés II, III, IV, V). Couronne extérieure sans écran absorbant. — Deuxième couronne absorption par 0,2 mm de cuivre. — Troisième couronne absorption par 0,4 mm de cuivre. — Cercle central absorption par 0,8 mm de cuivre.
I. Photographie de l'écran luminescent irradié aux rayons X.
II. Photographie de l'illumination fugace du même écran après une irradiation de 1,5 min aux rayons X.
III. Photographie de l'illumination fugace après une irradiation de 5 min aux rayons X.
IV. Photographie de l'illumination fugace après une irradiation de 16 min aux rayons X.
V. Photographie de l'illumination fugace après une irradiation de 40 min aux rayons X.

Ces diverses apparences sont reproduites sur les clichés ci-joints (*fig.* 10), les temps de pose ayant été déterminés d'après le graphique de la figure 11.

Il est en résumé possible par ce procédé de modifier et même de « renverser » les contrastes. Plus généralement il est toujours possible par application de l'illumination fugace d'égaliser les impressions photographiques correspondant à deux épaisseurs métalliques différentes en jouant sur les durées d'irradiation. Ce procédé serait donc susceptible de permettre la détermination quantitative de l'importance des failles, il serait même susceptible d'être utilisé pour l'analyse quantitative des alliages.

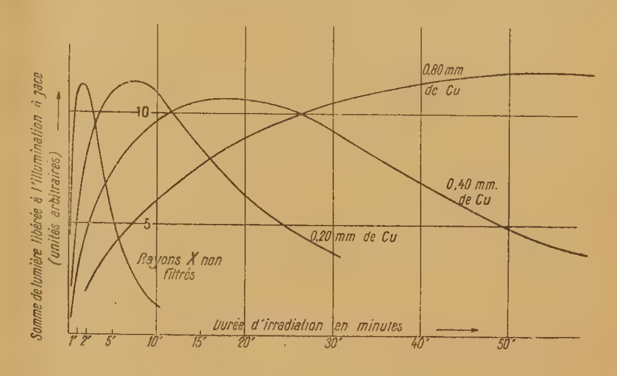


Fig. 11. — Montage demi-onde.
Tension maximum 80 kV. Intensité 3 mA.
Distance anticathode-écran 14 cm.

Conclusion. — L'énergie lumineuse libérée à l'illumination fugace d'un sulfure de zinc préalablement irradié aux rayons X, puis soumis à l'action d'un champ électrique alternatif, passe par un maximum pour une certaine dose de rayonnement. Cette dose est d'autant plus élevée que le faisceau excitateur est de faible longueur d'onde, mais la valeur absolue du maximum dépend peu des conditions d'irradiation. La presence du maximum peut s'expliquer par l'action désactivante des atomes ionisés au voisinage des centres luminogènes. Certains sulfures présentent une hystérésis assez considerable en ce sens qu'il faut attendre un repos de plusieurs heures pour effacer toute trace résiduelle d'une première irradiation, d'autres sulfures au contraire présentent une hystérésis négligeable. Avec ces derniers on peut utiliser le phénomène d'illumination fugace comme nouveau moyen d'investigation des matériaux, deux épaisseurs différentes de substance absorbante pouvant fournir des impressions photographiques identiques, on obtient ainsi par « électrophotoradiographie » des apparences qui peuvent être tout à fait différentes de celles des radiographies classiques.

Manuscrit reçu le 18 février 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] G. Destriau, *J. de Physique*, 1943, **4**, p. 32 et 77.
[2] Mlle Bernard, *Diplôme d'Études Supérieures*, Caen, 1942.
[3] G. Destriau, *J. de Physique*, 1944, **5**, p. 191.
[4] G. Destriau, *Journal de Chimie physique*, 1936, **33**, p. 587

SUR LA DISTRIBUTION DES PÉRIODES DES RADIOÉLÉMENTS β

Par MAURICE-E. NAHMIAS.

Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France.

Sommaire. — L'étude de la distribution du nombre N de radioéléments β^+ et β^- de périodes comprises entre x et $x + dx$ (où x est le logarithme de la période exprimée en secondes), montre que : 1° cette distribution est d'allure gaussienne; 2° le plus grand nombre de radioéléments β actuellement connus (plus de 400) ont des périodes de l'ordre de 3 h; 3° si l'on admet la validité des droites de Sargent, on déduit, en faisant une hypothèse sur l'énergie maximum la plus probable des spectres β ($E < 6$ MeV), une distribution analogue à celle que l'on observe; 4° la distribution expérimentale montre que la grande majorité des transitions β seraient du type « interdites »; 5° la continuité de la distribution expérimentale semble également indiquer qu'il existe plusieurs « droites » — un domaine — pour une transition donnée.

Il y a quelques années (1), j'avais signalé que le nombre de radioéléments émetteurs de rayons β

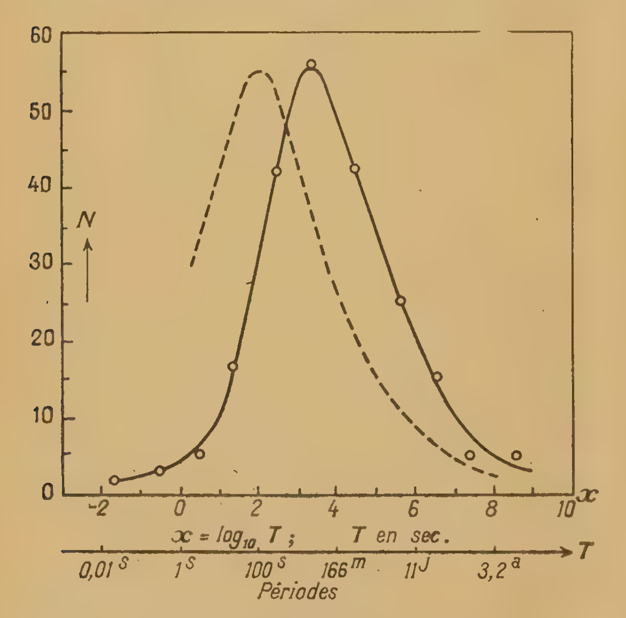


Fig. 1. — Nombre de radioéléments de périodes comprises entre x et $x + dx$ en $f(x)$.

Théorie. — Courbe en trait pointillé avec droite « moyenne » de Sargent : $\log E = a + b \log T$ où $a = 7{,}16$ et $b = -0{,}23$. La courbe en trait plein est fournie par 220 radioéléments β^- et β^+ (année 1937).

ayant une période comprise entre x et $x + dx$ (où $x = \log T = \text{const} - \log \lambda$) présentait un maximum pour $x = 3{,}5$. La courbe expérimentale obtenue avec 220 radioéléments (*fig.* 1) avait une allure quasi gaussienne. On sait que les périodes de radioéléments β sont liées aux énergies maxima de spectres de ces radioéléments par des relation trouvées d'abord expérimentalement (Sargent) e expliquées ensuite par la théorie (Fermi). Il étai donc intéressant, en l'absence de renseignement assez nombreux sur ces énergies, de formuler un hypothèse qui, utilisée avec les relations empi riques $E = f(T)$, donnerait une distribution de périodes analogue à celle que j'avais observée.

Dans ce but, j'avais eu recours aux droites d Sargent (2). Vu le nombre encore restreint de radio éléments connus en 1937 et par mesure de simpli fication, j'avais pris une droite « moyenne » d Sargent comprise entre celles correspondant au transitions permises et les premières transitions inter dites. J'avais pris comme équation de cette droit « moyenne » la relation

$$\log E = a + b \log T, \quad \text{avec } a = 7{,}16,\ b = -0{,}23 \qquad (1)$$

E étant la valeur de l'énergie maximum du spectre exprimée en électrons-volts. On tire de (1), la relatio

$$E = 10^{7{,}16} e^{-0{,}53 x}, \qquad (2)$$

d'où

$$T \sim E^{-4{,}3}. \qquad (3)$$

J'avais ensuite émis l'hypothèse suivante : l distribution statistique de E est pratiquemen uniforme pour des énergies maxima des spectres comprises entre 0,5 et 6 MeV, tandis que la probabilit d'émission avec $E > 6$ MeV décroît de telle faço qu'elle devient nulle pour $E = 10$ MeV $= 10^7$ e Le nombre n de radioéléments d'énergie E compri entre E et $E + dE$ pouvait donc se mettre sous

(1) *Phys. Rev.*, 1937, **52**, p. 666 et *Act. Sc.*, n° **770** (Hermann éditeur).

(2) A. C. G. MITCHELL, *Phys. Rev.*, 1937, **52**, p. 4; G. GAMOW, *Structure of Atomic nuclei*, p. 125 (Clarendon, Oxford, 1937).

orme suivante, par exemple

$$n\,\mathrm{d}E \cong |(1 - 10^{-14}.E^2)|\,\mathrm{d}E. \qquad (4)$$

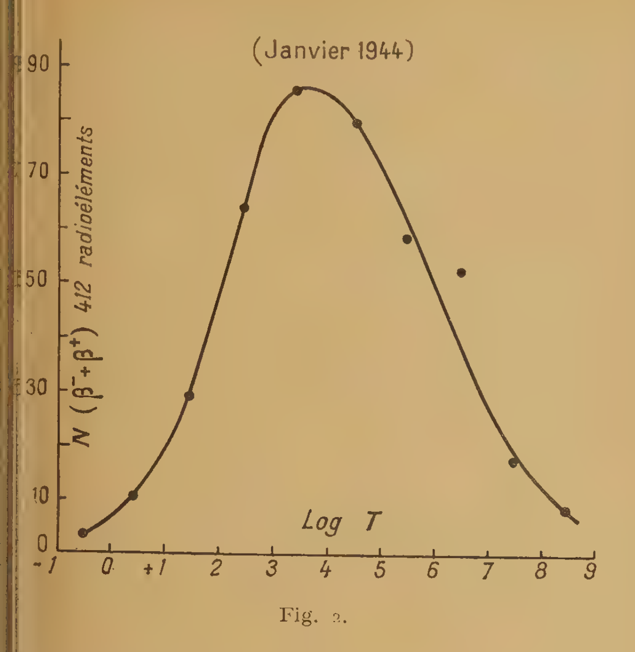


Fig. 2.

Comme E est liée à $x = \log T$, on a

$$N\,\mathrm{d}x = n\,\mathrm{d}E \sim |(1 - 10^{-14}E^2)|\,\mathrm{d}E \qquad (5)$$

e qui donne, avec (2),

$$N\,\mathrm{d}x \sim |(1 - 10^{-14}.10^{14,3}.e^{-1,06x})0,53\,e^{-0,53x}|\,\mathrm{d}x \qquad (6)$$

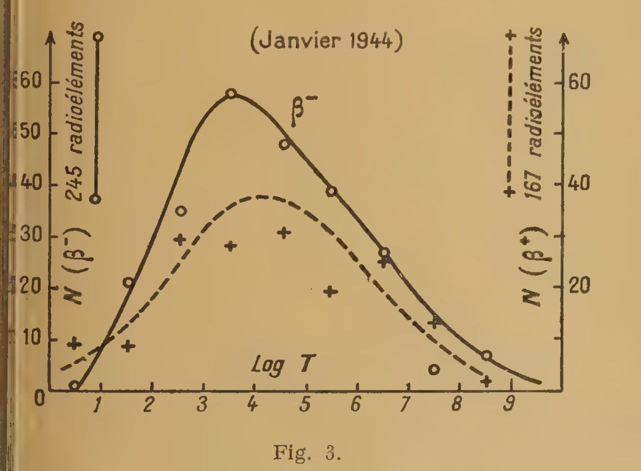


Fig. 3.

, finalement,

$$N \sim e^{-0,53x} - 2e^{-1,59x};\quad \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} = 0 \qquad \text{pour } x = 2 \qquad (7)$$

ui donne une courbe (*fig.* 1, en pointillé) très voisine e la courbe expérimentale.

Il est aujourd'hui possible de considérer certains détails envisagés dès 1937. Nous connaissons, maintenant [3], plus de 400 radioéléments et la courbe de la figure 2 en donne la distribution en fonction du logarithme des périodes. On voit que l'allure générale de la distribution est la même qu'avec les 220 radioéléments connus en 1937. Sur la figure 3, les distributions électroniques et positoniques sont données séparément.

Prenons, d'autre part, les trois premières droites de Sargent. On en déduit les expressions suivantes :

$$\left.\begin{array}{lll} \log E_{\mathrm{I}} = 6,8 - 0,20 \log T_{\mathrm{I}} & \text{d'où } T_{\mathrm{I}} \sim E^{-5} \\ \quad (\text{pour } L = 0) & \\ \log E_{\mathrm{II}} = 7,3 - 0,21 \log T_{\mathrm{II}} & \text{d'où } T_{\mathrm{II}} \sim E^{-4,76} \\ \quad (\text{pour } L = 1) & \\ \log E_{\mathrm{III}} = 7,8 - 0,22 \log T_{\mathrm{III}} & \text{d'où } T_{\mathrm{III}} \sim E^{-4,54} \\ \quad (\text{pour } L = 2) & \end{array}\right\} \qquad (8)$$

desquelles on tire [4]

$$T_{(\text{moyenne})} \sim E^{-4,7}$$

et

$$\left.\begin{array}{ll} E_{\mathrm{I}} = 10^{6,8}e^{-0,46x}; & \mathrm{d}E_{\mathrm{I}} = -0,46\,e^{-0,46x}\,\mathrm{d}x; \\ E_{\mathrm{I}}^2 = 10^{13,6}e^{-0,92x}; & \\ E_{\mathrm{II}} = 10^{7,3}e^{-0,48x}; & \mathrm{d}E_{\mathrm{II}} = -0,48\,e^{-0,48x}\,\mathrm{d}x; \\ E_{\mathrm{II}}^2 = 10^{14,6}e^{-0,96x}; & \\ E_{\mathrm{III}} = 10^{7,8}e^{-0,51x}; & \mathrm{d}E_{\mathrm{III}} = -0,51\,e^{-0,51x}\,\mathrm{d}x; \\ E_{\mathrm{III}}^2 = 10^{15,6}e^{-1,02x}; & \end{array}\right\} \qquad (9)$$

ce qui donne comme précédemment [form. (6)], les relations

$$\left.\begin{array}{l} N_{\mathrm{I}}\,\mathrm{d}x = n_{\mathrm{I}}\,\mathrm{d}E_{\mathrm{I}} \\ \quad = |(1 - 10^{-14}.10^{13,6}e^{-0,92x})0,46\,e^{-0,46x}|\,\mathrm{d}x \\ N_{\mathrm{II}}\,\mathrm{d}x = n_{\mathrm{II}}\,\mathrm{d}E_{\mathrm{II}} \\ \quad = |(1 - 10^{-14}.10^{14,6}e^{-0,96x})0,48\,e^{-0,48x}|\,\mathrm{d}x \\ N_{\mathrm{III}}\,\mathrm{d}x = n_{\mathrm{III}}\,\mathrm{d}E_{\mathrm{III}} \\ \quad = |(1 - 10^{-14}.10^{15,6}e^{-1,02x})0,51\,e^{-0,51x}|\,\mathrm{d}x \end{array}\right\} \qquad (10)$$

et, finalement,

$$\left.\begin{array}{lll} N_{\mathrm{I}} \cong e^{-0,46x} - 0,4\,e^{-1,38x}; & \dfrac{\mathrm{d}N_{\mathrm{I}}}{\mathrm{d}x} = 0 & \text{pour } x = 0,2 \\ N_{\mathrm{II}} \cong e^{-0,48x} - 4\,e^{-1,44x}; & \dfrac{\mathrm{d}N_{\mathrm{II}}}{\mathrm{d}x} = 0 & \text{pour } x = 2,6 \\ N_{\mathrm{III}} \cong e^{-0,51x} - 40\,e^{-1,53x}; & \dfrac{\mathrm{d}N_{\mathrm{III}}}{\mathrm{d}x} = 0 & \text{pour } x = 4,7 \end{array}\right\} \qquad (11)$$

Le tableau suivant donne $N = f(x)$, en alignant

[3] SEABORG, *Rev. of Mod. Phys.*, janvier 1944.

[4] Cette valeur moyenne de T en fonction de E est en meilleur accord avec la théorie de Fermi qui prévoit $T \sim E^{-4,6}$ qu'avec la théorie de Konopinsky-Uhlenbeck qui prévoit $T \sim E^{-n}$ avec $7 > n > 5,5$.

toutes les valeurs à $N_{max} \doteq 100$:

$x = \log T$.	0.	0,2.	1.	2.	2,6.	3.	4.	4,7.	5.	7.
N_I	98	100	88	62		39	26		16	6
N_{II}			r^*	90	100	90	70		45	15
N_{III}						r	85	100	90	50

r : remarque. — Vers les courtes périodes; correspondant aux grandes valeurs de E_{max}, nous sommes limités par notre hypothèse que $n = 0$ pour $E \geqq 10^7$ ev.

Les énergies maxima des spectres des radioéléments les plus fréquents (correspondant aux valeurs de x pour N_{max}) sont déduites de (11) et de (8). On trouve

$$E_I = E_{II} = E_{III} = 5,5 \pm 0,2 \text{ Mev}.$$

La position du N_{max} observée comprise entre 3,5 et 4 (*fig.* 2) semble indiquer une prédominance de radioéléments avec des transitions $L = 1$ et $L = 2$, par rapport à celles ne présentant pas de changement de spin. La continuité de la distribution expérimentale semble également indiquer qu'il existe plusieurs droites de Sargent pour une transition donnée. Cet étalement de la « droite » en un « domaine » de Sargent serait dû à l'influence du champ de Coulomb, lié à la densité des fonctions d'ondes attachées aux électrons proches du noyau, sur la probabilité de désintégration β. Cette influence est nulle pour une charge atomique nulle ([5]) et elle croît à mesure que Z croît. Pour un élément de Z donné, elle est d'autant plus grande que l'énergie E_{max} du spectre du radioélément est plus petite. Les divers « domaines » de Sargent seraient presque contigüs de telle sorte que les équations (8) comporteraient de légères variations numériques se traduisant en (11) par des valeurs de x correspondant aux N_{max} qui s'échelonneraient graduellement de 0 à 5, pour les trois premiers ordres de transitions.

Par ailleurs, si nous modifions notre hypothèse sur l'énergie limite probable et que nous amenions cette limite de 10^7 eV à $1,2 . 10^7$ eV (cas du radiobore), nous trouvons

$$n \, dE \simeq \left| \left[\frac{1 - E^2}{(12 . 10^6)^2} \right] \right| dE \qquad (12)$$

et, comme précédemment, on trouve les N_{max} situés à $x = -0,1$, 1,9 ou 4 respectivement. Les relations (8) donnent alors

$$E'_I = E'_{II} = E'_{III} = 9,3 \pm 0,5 \text{ Mev}.$$

Si nous faisons, au contraire, $E_{limite} \doteq 6$ MeV, on a

$$n \, dE \sim \left| \left(\frac{1 - E^2}{36 . 10^{12}} \right) \right| dE \qquad (13)$$

et $\frac{dN_{II}}{dx} = 0$ pour $x = 3,6$, ce qui conduit à une énergie la plus fréquente $E = 3,5$ MeV. Cette dernière hypothèse semble être la plus proche de la réalité, vu que sur la cinquantaine de spectres actuellement connus, 8 ont des E_{max} inférieures à 1 MeV, 16 sont comprises entre 1 et 2 MeV, 11 entre 2 et 3 MeV, 5 entre 3 et 4, 1 entre 4 et 5 et 4 sont supérieures à 5 MeV.

Les théories actuelles sur les désintégrations β ne font pas intervenir le noyau dans toute sa complexité. Elles se sont limitées au problème plus simple d'un couple unique formé par un neutron et un proton. Dans la mesure où ces théories feront intervenir le restant du noyau et, par conséquent, les relations de stabilité des masses atomiques, elles pourront probablement, expliquer la distribution mise en évidence.

L'hypothèse $E_{lim} < 6$ MeV est en bon accord avec la théorie ([6]) qui montre que, lorsqu'un noyau dispose d'une énergie « d'excitation » de l'ordre de 6 MeV, la probabilité d'émission β est concurrencée considérablement par l'émission de neutrons, de particules α et par le phénomène de fission spontanée.

Des recherches sur les spectres β d'un plus grand nombre de radioéléments sont nécessaires pour permettre des confrontations plus serrées entre ces hypothèses et l'expérience.

Je remercie Mme Joliot-Curie qui, en l'absence de M. Joliot a bien voulu porter de l'intérêt à ce travail.

([5]) H. A. Bethe et R. F. Bacher, *Rev. of Mod. Phys.*, 1936, **8**, p. 194.

([6]) Bohr et Wheeler, *Phys. Rev.*, 1939, 56, p. 427; Mme Joliot-Curie, *J. Physique*, 1945, 6, n° 8, p. 217.

Manuscrit reçu le 15 juillet 1946.

CONDITIONS SUFFISANTES POUR QU'UNE MATRICE PUISSE CARACTÉRISER UN RÉSEAU DE SELF-INDUCTANCES DONT LES MAILLES INDÉPENDANTES SONT COUPLÉES PAR SELF-INDUCTANCES ET INDUCTANCES MUTUELLES

Par Maurice PARODI.

Sommaire. — L'auteur donne les conditions suffisantes pour qu'une matrice puisse représenter un réseau passif de self-inductances et de mutuelles inductances.

1. Introduction : réseaux sans mutuelles inductances. — Considérons tout d'abord un réseau électrique, passif, sans mutuelles inductances, formé de n mailles indépendantes numérotées de 1 à n, chaque maille étant affectée d'un sens positif de description, celui des aiguilles d'une montre par exemple.

A chaque branche, la structure du réseau fait correspondre trois nombres réels positifs : l, s et r représentant respectivement la self-inductance, l'élasticité (inverse d'une capacité) et la résistance de la branche (1).

Soit alors une maille quelconque de rang i du réseau et supposons que cette maille comporte une branche qui ne soit commune avec aucune autre maille et différentes branches communes respectivement avec les mailles de rangs 1, 2, ..., $i-1$, $i+1$, ..., n.

A cette maille de rang i, nous faisons correspondre :

a. Trois paramètres totaux. — Self-inductance totale, élasticité totale, résistance totale.

La self-inductance totale est, par définition, la somme *positive*, des nombres positifs, qui mesurent la self-inductance de la branche non couplée et celle des branches communes à la maille i et aux mailles 1, 2, ..., $i-1$, $i+1$, ..., n.

L'élasticité totale et la résistance totale de la maille 1 se définissent d'une façon analogue.

Ces paramètres totaux, essentiellement positifs, seront notés l_{ii}, s_{ii}, r_{ii} ($i = 1, 2, \ldots, n$).

b. Des paramètres de couplage. — Nombres réels positifs, négatifs ou nuls (ce dernier cas correspondant à l'absence de couplage) égaux respectivement aux nombres qui mesurent les self-inductances, les élasticités et les résistances des branches communes, affectés respectivement des signes + ou — selon que ces branches sont décrites ou non dans le même sens dans la maille i et les mailles 1, 2, ..., $i-1$, $i+1$, ..., n.

Ces paramètres de couplage seront notés l_{ij}, s_{ij}, r_{ij} ($i \neq j$; $i, j = 1, 2, \ldots, n$); on a manifestement $l_{ij} = l_{ji}$, $s_{ij} = s_{ji}$, $r_{ij} = r_{ji}$.

Il apparaît alors que le réseau peut être représenté par l'ensemble des trois matrices symétriques d'ordre n :

$$T = (l_{ij}), \quad U = (s_{ij}), \quad F = (r_{ij}), \quad (i, j = 1, 2, \ldots, n).$$

Dans de nombreux cas, le choix des mailles indépendantes peut être fait de telle manière qu'une branche couplée n'est commune qu'à deux mailles; dans cette éventualité, on a les conditions qui résultent de la définition des paramètres du réseau :

$$\left.\begin{array}{l} l_{ii} > 0, \quad s_{ii} > 0, \quad r_{ii} > 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \\ l_{ii} > \sum_j |l_{ij}|, \quad s_{ii} > \sum_j |s_{ij}|, \quad r_{ii} > \sum_j |r_{ij}|, \\ (j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n) \end{array}\right\} \quad (1)$$

En se reportant à l'article précité, on peut faire correspondre aux trois matrices T, U et F trois formes quadratiques

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j l_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j, \qquad \mathcal{U} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j s_{ij} x_i x_j,$$

$$\mathcal{F} = \sum_i \sum_j r_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j, \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, n),$$

qui représentent les trois formes d'énergie qui peuvent se manifester dans le réseau, x_i étant la quantité d'électricité qui circule dans la branche *non couplée* de la maille de rang i, comptée positivement dans le sens de circulation choisi pour cette maille.

Les formes quadratiques $\mathcal{T}$, $\mathcal{U}$ et $\mathcal{F}$ ne pouvant s'annuler que pour des valeurs nulles des variables x_i et étant nécessairement positives pour tout autre jeu de valeurs des x_i, doivent être définies positives et, par suite, les déterminants des matrices T, U et F, ainsi que leurs mineurs principaux, doivent être *positifs*.

Nous avons montré ailleurs (2) que les conditions (1) étaient suffisantes pour que les formes associées à des matrices du type T, U et F soient définies positives et puissent, par suite, caractériser un réseau réalisable.

La démonstration repose sur le fait que les déterminants $\| T \|$, $\| U \|$ et $\| F \|$ satisfont aux conditions

(1) *Voir*, par exemple, M. Parodi, *J. de Physique*, 1946, 7, p. 94.

(2) *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, p. 23.

de M. Hadamard (³) et, par suite, ne peuvent être nuls; par continuité, il est alors facile de montrer, tous les l_i, s_{ii} et r_i étant positifs, qu'ils sont nécessairement positifs.

2. **Réseaux avec inductances mutuelles.** — Soit un réseau comportant n mailles indépendantes, une maille quelconque, celle de rang i par exemple, pouvant être couplée avec chacune des mailles 1, 2, ..., $i-1$, $i+1$, ..., n par self-inductances, ce qui fait intervenir les paramètres de couplage précédemment envisagés

$$l_{ik} \quad (k = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n)$$

et par mutuelle inductance : nous désignerons, par l_k, la self-inductance de la maille i couplée avec la self-inductance l_k^k de la maille k (⁴) (ces coefficients étant positifs), le coefficient d'inductance mutuelle correspondant étant noté m_{ik} $(= m_{ki})$ et pouvant avoir un signe quelconque; entre ces trois coefficients existe la relation classique

$$m_{ik}^2 < l_i^k l_k^i, \qquad (i \neq k).$$

Le réseau des self — et mutuelles inductances peut, dans ces conditions, être caractérisé par la matrice symétrique d'ordre n :

$$\mathbf{T}' = \begin{vmatrix} l_{11} + l_1^{1,2} + \ldots + l_1^{1,n} & l_{12} + m_{12} & \ldots & l_{1,n} + m_{1,n} \\ l_{12} + m_{12} & l_{22} + l_2^{2,1} + l_2^{2,3} + \ldots + l_2^{2,n} & \ldots & l_{2,n} + m_{2,n} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots \\ l_{1,n} + m_{1,n} & l_{2,n} + m_{2,n} & \ldots & l_{nn} + l_{n}^{n,1} + \ldots + l_n^{n,n-1} \end{vmatrix} \tag{2}$$

les l_{ii} étant les self-inductances totales de mailles dont la définition a été donnée au paragraphe précédent.

Cette matrice, avec le choix de mailles indépendantes précisé au paragraphe précédent, est telle que ses éléments satisfassent aux relations

$$\left.\begin{array}{l} l_{ii} > 0, \\ l_{ii} > \sum_k |l_{ik}| \qquad (k = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n), \\ l_i^{ik} > 0, \\ m_{ik}^2 < l_i^{ik} l_k^{ki} \qquad [i, k = 1, 2, \ldots, n (i \neq k)], \end{array}\right\} \tag{3}$$

et la forme quadratique qui lui est associée doit être définie positive puisqu'elle représente l'énergie magnétique du réseau.

Nous nous proposons de montrer que toute matrice du type (2) satisfaisant aux conditions (3) est telle que la forme quadratique qui lui est associée $\mathcal{T}'$ est définie positive et peut, par suite, caractériser l'ensemble des self-inductances et mutuelles inductances d'un réseau passif réalisable.

La forme quadratique associée à (2) peut s'écrire

$$\begin{aligned} \mathcal{T}' = \; & (l_{11} + l_1^{1,2} + \ldots + l_1^{1,n})x_1^2 + 2(l_{12} + m_{12})x_1 x_2 \\ & \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \qquad + 2(l_{1,n} + m_{1,n})x_1 x_n \\ & + (l_{22} + l_2^{2,1} + \ldots + l_2^{2,n})x_2^2 + \ldots \\ & \qquad + 2(l_{2,n} + m_{2,n})x_2 x_n \\ & \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + (l_{nn} + l_n^{n,1} + \ldots + l_n^{n,n-1})x_n^2. \end{aligned}$$

ou encore, sous la forme d'une somme de deux formes quadratiques

$$\begin{aligned} \mathcal{T}' = \; & [\; l_{11} x_1^2 + 2 l_{12} x_1 x_2 + \ldots \\ & \qquad + 2 l_{1,n} x_1 x_n \\ & + l_{22} x_2^2 + 2 l_{23} x_2 x_3 + \ldots \\ & \qquad + 2 l_{2,n} x_2 x_n \\ & \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \qquad\qquad + l_{nn} x_n^2] \\ & + [\; (l_1^{1,2} + \ldots + l_1^{1,n}) x_1^2 + \ldots \\ & \qquad\qquad + 2 m_{1,n} x_1 x_n \\ & + (l_2^{2,1} + \ldots + l_2^{2,n}) x_2^2 + \ldots \\ & \qquad\qquad + 2 m_{2,n} x_2 x_n \\ & \qquad\qquad + (l_n^{n,1} + \ldots + l_n^{n,n-2}) x_n^2]. \end{aligned}$$

Les coefficients de la première forme quadratique satisfont aux relations (1) du premier paragraphe, cette dernière est donc une forme définie positive.

La seconde forme peut s'écrire

$$\begin{aligned} & (l_1^{1,2} x_1^2 + 2 m_{12} x_1 x_2 + l_2^{2,1} x_2^2) \\ & + (l_1^{1,3} x_1^2 + 2 m_{13} x_1 x_3 + l_3^{3,1} x_3^2) \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + (l_{n-1}^{n-1,n} x_{n-1}^2 + 2 m_{n-1,n} x_{n-1} x_n + l_n^{n,n-1} x_n^2). \end{aligned}$$

Compte tenu de ce que

$$m_{ik}^2 < l_i^k l_k^i \qquad (i \neq k),$$

elle se présente sous la forme d'une somme de formes définies positives, elle est donc définie positive.

Finalement, $\mathcal{T}'$, somme de termes toujours positifs et nulle seulement pour des valeurs nulles des x_i, est définie positive et le déterminant $\|T'\|$ est toujours positif.

Ainsi, toute matrice du type $\mathbf{T}'$ dont les éléments satisfont aux relations (3) caractérise un réseau réalisable.

(³) *Leçons sur la propagation des ondes*, Paris, 1903.

(⁴) Nous nous limitons ainsi au cas où la self l_i^{ik} n'est couplée qu'à la self l_k^{ki} de la maille k.

Manuscrit reçu le 31 juillet 1946.

SUR UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR L'OBTENTION DE LA COURBE DU GRADIENT DE L'INDICE DE RÉFRACTION D'UN MILIEU OPTIQUE

Par R. J. WALEN.

Sommaire. — Étude d'un système optique, basé sur l'emploi de surfaces hélicoïdales ou toriques, et dont l'application à la mesure du gradient de l'indice de réfraction variable d'un milieu conduit à une grande simplification par rapport au montage utilisé jusqu'ici à cet effet.

Divers procédés, utilisés principalement en Chimie ologique, permettent actuellement d'effectuer, au in d'une solution, une séparation de molécules urdes (protéines). On peut citer, avant tout, électrophorèse, l'ultracentrifugation, l'ultrafiltraon et l'adsorption sélective. Dans tous les cas, tte séparation fait apparaître, dans le liquide, e série de couches planes, perpendiculaires au cteur accélération, présentant entre elles des zones e passage plus ou moins importantes et nettes.

Depuis longtemps déjà, afin de pouvoir suivre et esurer cette séparation, on a adopté comme critère plus accessible l'indice de réfraction qui est généalement relié par une loi linéaire (1) aux concenrations des composants présents. Comme cependant s différences de l'indice entre divers plans du quide sont très faibles et ne sont pratiquement ccessibles qu'aux mesures interférentielles, on a erché, dès le début, à utiliser un phénomène diqué par Fizeau et consistant en la courbure d'un inceau lumineux traversant un milieu dont l'indice e réfraction varie suivant une seule direction uquel le pinceau incident est perpendiculaire. 'est ainsi que fut mise au point, par Wiener, embrodt et Thovert, successivement, une méthode e mesure des coefficients de diffusion entre liquides.

Cette méthode permettait l'obtention directe en oordonnées rectangulaires de la courbe du gradient e l'indice en fonction de la hauteur des couches e liquide dans une cuvette. Elle avait, cependant, grave inconvénient de nécessiter des cuvettes rges, car elle était basée sur l'emploi d'une fente clinée (à 45° de la verticale, par exemple), placée ontre la cuvette qui avait ainsi une dimension térale à peu près égale à la hauteur.

(1) Hormis quelques cas de solutions complexes contenant u sérum (par exemple, la réaction de Jonnard, où la variation u défaut d'additivité permet précisément de déceler des nomalies du sérum).

Diverses raisons expérimentales exigent, dans le cas de l'ultracentrifugation et de l'électrophorèse, des cuvettes au contraire assez étroites et hautes (résistance mécanique des éprouvettes, quantité de protéines nécessaires, refroidissement du liquide et constance de la température, etc.). Par suite de cela, l'observation des gradients d'indice se fit suivant des procédés nécessitant une construction point par point de la courbe désirée (méthode des « schlieren » de Tœpler, procédé mécanique des deux fentes à déplacement simultané de Longsworth, etc.).

En 1938, Philpot imagina un système optique, modifié et amélioré par Svensson par la suite et qui a donné lieu à la méthode dite « Philpot-Svensson ». Cette dernière fournit la courbe du gradient de l'indice en coordonnées rectangulaires, tout en admettant des cuvettes étroites et en étant plus lumineuse que la méthode de Thovert.

Cette méthode, dont la description détaillée et la discussion complète ont été données, en particulier, par Svensson, en 1946, consiste en principe dans l'ensemble suivant :

La cuvette se trouve placée entre deux lentilles convergentes. Au foyer de la première se trouve la source : fente lumineuse horizontale, dont la seconde forme l'image sur un écran comportant une fente inclinée et qui ne laisse donc passer qu'un point donné de l'image horizontale. Derrière cet écran se trouve une lentille qui projette sur l'écran d'observation l'image de la cuvette vue à travers la fente inclinée, puis, plus loin, une lentille cylindrique à génératrice verticale donnant sur l'écran d'observation la trace de la fente inclinée. La lentille cylindrique condense, de ce fait, en un trait vertical, la lumière qui devait fournir l'image de la cuvette. Toute déviation verticale de la lumière à son passage par la cuvette se traduit, sur la fente inclinée, par une image déviée de la fente lumineuse, image dont, par suite, une autre portion est découpée. Cette image déviée donne alors, sur l'écran d'observation,

une déviation horizontale à partir du trait vertical.

L'ensemble des points lumineux dessine ainsi la courbe du gradient de l'indice, l'axe des distances étant vertical. En pratique cependant, les réglages sont délicats et nombreux par suite du grand nombre de paramètres, et la valeur absolue du gradient de l'indice doit être calculée à partir des diverses données du système optique.

Nous nous sommes proposé de résoudre ce problème par une voie différente, au moyen d'une méthode simplifiant l'ensemble du banc d'optique, ne nécessitant plus de réglages et donnant une courbe où les échelles des ordonnées et des abscisses obéissent à la relation la plus simple possible.

1. Principe. — La figure 1 montre le schéma de principe du système optique qu'il faut déterminer.

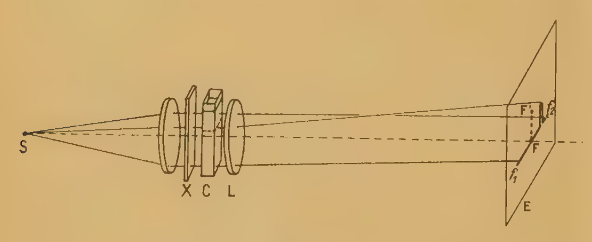


Fig. 1.

La cuvette C étant éclairée en lumière parallèle, celle-ci converge en F sur l'écran E grâce à la lentille convergente L. Le système optique X, que nous cherchons à définir, doit posséder la propriété suivante : intercalé dans le trajet lumineux, juste avant la cuvette, l'image F doit maintenant être étalée suivant la droite horizontale f_1f_2, chaque point de cette droite correspondant à une nappe horizontale de la lumière incidente traversant la cuvette à une hauteur donnée, et la correspondance abscisse du point-hauteur de la nappe étant linéaire. Si le liquide remplissant la cuvette présente un gradient de l'indice de réfraction non nul en une région donnée, on observe, sur l'écran, en absence de X, la formation d'un trait vertical FF', le point F' correspondant au maximum du gradient. L'interposition de X provoquera alors l'apparition de la courbe du gradient de l'indice en fonction de la hauteur dans la cuvette.

2. Constitution du système X. — Supposons le système X constitué par une matière d'indice n, limité par une face plane ABCD et par une face inconnue A'B'C'D' d'équation $z(x, y)$. La figure 2 montre la disposition des axes. La lumière incidente est perpendiculaire à la face ABCD (face d'entrée) et est déviée d'un angle δ à la sortie, les composantes de δ étant $\delta_x(x, y)$ et $\delta_y(x, y)$.

On a, dans ce cas,

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\delta_x &= z'_x \frac{n-\sqrt{1-(n^2-1)\Delta z}}{n\Delta z+\sqrt{1-(n^2-1)\Delta z}} \\ \text{et}\quad \operatorname{tg}\delta_y &= z'_y \frac{n-\sqrt{1-(n^2-1)\Delta z}}{n\Delta z+\sqrt{1-(n^2-1)\Delta z}}, \\ \text{où}\quad \Delta z &= z'^2_x + z'^2_y \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

La condition à réaliser pour le système X se traduit évidemment par $\operatorname{tg}\delta_x = Ay$, $\operatorname{tg}\delta_y = 0$, A étant une constante déterminée par $AF =$ (F, distance focale de L et ρ, échelle des abscisses par rapport aux hauteurs mesurées dans la cuvette).

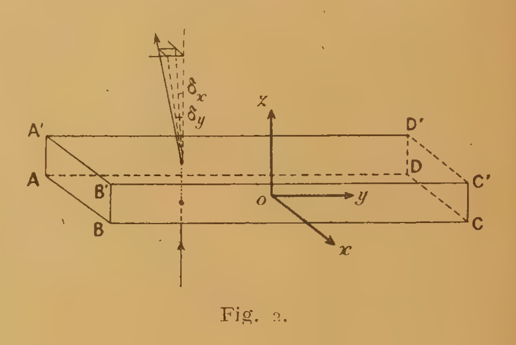


Fig. 2.

On voit immédiatement que les deux conditions posées sont contradictoires et qu'aucune surface ne peut y répondre, même en première approximation.

Un examen plus complet montre, par ailleurs, qu'un nombre quelconque de systèmes à surfaces continues et placées à des distances quelconques de la cuvette ne peuvent donner lieu à la relation cherchée. Par conséquent, l'obtention d'une courbe infiniment mince, à l'ouverture angulaire de la source lumineuse et à la diffraction près, n'est pas possible : $\operatorname{tg}\delta_y$ ne peut être nul.

Comme cependant il n'est pas gênant qu'une courbe expérimentale ait une certaine épaisseur $2a$, cherchons comment on pourrait se tirer d'affaire au moyen d'une surface caractérisée par

$$\operatorname{tg}\delta_x = Ay \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}\delta_y = f(x).$$

Si la lumière incidente est admise à travers une fente parallèle à Oy, les deux bords étant situés en $-dx$ et $+dx$, les valeurs extrêmes de $\operatorname{tg}\delta_y$ seront $-dx\,f'(0)$ et $+dx\,f'(0)$ et l'on obtient sur l'écran une courbe dont l'épaisseur est $2a = 2F\,dx f'(0)$.

La luminosité est ainsi très faible, puisque, seule la lumière passant par la fente est utilisée et répartie sur la courbe. Mais on peut remarquer que, si le système X avec la fente accolée subit une translation suivant Ox, la courbe sur l'écran reste immobile.

On peut donc rétablir la luminosité et utiliser entièrement le flux lumineux tombant sur la cuvette

en remplaçant la solution précédente unique par un système multiple formé en accolant côte à côte des éléments X pareils, d'épaisseur $2\,dx$, et en nombre suffisant pour couvrir toute la largeur de la cuvette. Toutes les courbes individuelles se superposent ainsi en donnant une courbe unique d'autant plus lumineuse. Le système prend alors l'aspect figuré en 3.



Fig. 3.

Si l'on ne considère que des angles faibles, (1) peut s'écrire en première approximation :

$$\operatorname{tg} \delta_x = (n-1) z'_x \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \delta_y = (n-1) z'_y.$$

La condition $\operatorname{tg} \delta_x = Ay$, intégrée, donne alors

$$z = \frac{\rho}{F(n-1)} xy + z_0, \tag{2}$$

d'où, pour la déviation suivant Oy,

$$\operatorname{tg} \delta_y = Ax.$$

L'équation (2) représente, en première approximation, une hélice à génératrice droite de pas

$$P = 2\pi (n-1) \rho^{-1} F.$$

D'où, pour le système X de la figure 3, le nom de lentille hélicoïdale multiple que nous lui avons donné par commodité.

3. **Limitations dues à la diffraction.** — *A priori*, un système optique composé, comme celui proposé plus haut, d'un grand nombre d'éléments étroits et parallèles, doit donner lieu sur l'écran à une trace lumineuse présentant des phénomènes de diffraction plus ou moins compliqués dus, soit aux éléments isolés, soit à leur interaction. Ces effets limitent la précision de la méthode et doivent être examinés dans ce but. En particulier, on ne pourra augmenter la luminosité de la courbe en augmentant le nombre d'éléments sans tomber à un moment donné sur un élargissement par diffraction. *A priori* encore, ces effets seront d'autant plus marqués que les ouvertures angulaires seront plus faibles. On sera donc finalement amené à chercher le meilleur compromis possible entre la diffraction, le nombre de lames du système et les aberrations découlant de l'utilisation d'angles notables.

Le calcul de la diffraction peut se faire au moyen de la première approximation, les angles étant donc faibles. Dans ce cas, la lentille L peut être assimilée à un élément mince et l'on peut, en chaque point, additionner algébriquement les épaisseurs de la lentille multiple et de la lentille L de façon à avoir affaire à un système unique.

De plus, on peut poser $\rho = 1$, c'est-à-dire qu'une différence de hauteur dans la cuvette correspond à une différence d'abscisses de même valeur sur la courbe observée. Avec les dimensions habituelles des cuvettes d'ultracentrifugeuse ou d'électrophorèse, la précision est ainsi suffisante et l'interprétation de la courbe la plus commode.

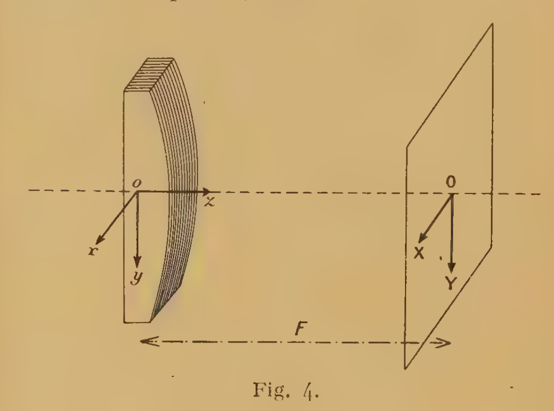


Fig. 4.

La figure 4 montre la disposition des axes de coordonnées de la lentille et sur l'écran.

1° Équation de la surface. — Soit $2m+1$ le nombre d'éléments de largeur $2a$ de la lentille multiple, soit R le rayon de courbure de la lentille L et r le rang de l'élément en question, r variant de $-m$ à $+m$. La composante hélicoïdale seule de l'élément de rang r sera, en exprimant A au moyen de R :

$$z = z_0 + \frac{(x - 2ra)y}{R} \qquad \text{avec } (2r-1)a < x < (2r+1)a.$$

En additionnant avec la composante sphérique de l'élément convergent, donc :

$$z = z_0 - \frac{(x+y)^2}{2R} + \frac{2ray}{R}. \tag{3}$$

A une constante près, la différence de marche pour un rayon entrant au point (x, y) et traversant les deux lentilles est donc

$$L_1 = -\frac{(x+y)^2}{2F} + \frac{2ray}{F}$$

$$F = \frac{R}{n-1} = \text{distance élément-écran.}$$

Entre un point (x, y), $z = 0$ de l'élément optique et un point (X, Y) de l'écran, la distance est, au deuxième ordre près,

$$L_2 = F + \frac{(X-x)^2}{2F} + \frac{(Y-y)^2}{2F}.$$

A une constante près, la différence de marche totale est

$$L = \frac{1}{2F}[(X-x)^2 + (Y-y)^2 - (x+y)^2 + 4ray] \qquad (4)$$

et la différence de phase

$$\Phi(x, y, X, Y) = \frac{2\pi L}{\lambda}$$

$$= \frac{\pi}{\lambda F}(X^2 + Y^2 - 2xX - 2yY - 2xy + 4ray). \qquad (5)$$

2° Image en optique géométrique. — Définie par $L = L_{min}$, c'est-à-dire $\frac{dL}{dx} = \frac{dL}{dy} = 0$, elle donne bien la correspondance cherchée :

$$X + y = 0$$
$$Y + (x - 2ra) = 0$$

avec

$$(2r-1)a < x < (2r+1)a, \qquad \text{c'est-à-dire } -a < Y < +a.$$

3° Diffraction. — Si $I_r(X, Y)$ est la contribution à l'intensité totale au point (X, Y) par l'élément de rang r, pour toute la trace sur l'écran, cette contribution est, à un facteur constant près,

$$I_r^{\frac{1}{2}}(X, Y) = \iint \sin\Phi \, dx \, dy.$$

D'après (5), donc, en observant les limites et en totalisant pour les $2m + 1$ éléments

$$I^{\frac{1}{2}}(X, Y) = \sum_{r=-m}^{+m} \int_{(2r-1)a}^{(2r+1)a} \int_{b_1}^{b_2} \sin \frac{\pi}{\lambda F}[X^2 + Y^2 - 2xX - 2yY - 2y(x - 2ra)] \, dx \, dy$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{-m}^{+m} \int_{b_1}^{b_2} \frac{1}{X+y} \Big[\cos \frac{\pi}{\lambda F}[X^2 + Y^2 - 2aX(2r+1) - 2y(Y+a)]$$

$$- \cos \frac{\pi}{\lambda F}[X^2 + Y^2 - 2aX(2r-1) - 2y(Y-a)] \Big] \, dy$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{-m}^{+m} \left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\cos(A - v_1)}{v_1} dv_1 - \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \frac{\cos(A - v_2)}{v_2} dv_2 \right]$$

avec

$$v_1 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y + a)(X + y), \qquad v_2 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y - a)(X + y),$$

$$A = \frac{\pi}{\lambda F}[(X^2 + Y^2) - 4arX],$$

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y + a)(X + b_1), \qquad \alpha_2 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y + a)(X + b_2),$$

$$\alpha_3 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y - a)(X + b_1), \qquad \alpha_4 = \frac{2\pi}{\lambda F}(Y - a)(X + b_2).$$

En faisant apparaître les fonctions sinus et cosinus intégrales, et au facteur 0,5 près :

$$I^{\frac{1}{2}}(X, Y) = \sum_{-m}^{+m} \Big[\cos A \left(|C_i|_{\alpha_1}^{\alpha_2} - |C_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right)$$
$$+ \sin A \left(|S_i|_{\alpha_1}^{\alpha_2} - |S_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right) \Big].$$

Comme les α ne contiennent pas r, la sommation ne porte que sur cos A et sin A dont les arcs sont en progression arithmétique. En posant pour la largeur de la lentille multiple $2l = 2a(2m+1)$, finalement

$$I(X, Y) = \frac{\sin^2 \frac{2\pi l X}{\lambda F}}{\sin^2 \frac{2\pi a X}{\lambda F}} \Big[\cos \frac{\pi(X+Y)^2}{\lambda F} \left(|C_i|_{\alpha_1}^{\alpha_2} - |C_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right)$$
$$+ \sin \frac{\pi(X+Y)^2}{\lambda F} \left(|S_i|_{\alpha_1}^{\alpha_2} - |S_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right) \Big]. \qquad (6)$$

4° Applications. — L'expression de I contient essentiellement deux genres de termes : d'une part, les termes en S_i et C_i qui sont fonction de la distance du point (X, Y) au contour $Y = \pm a$, $X = + b_{1,2}$: de l'image en optique géométrique, d'autre part, les termes trigonométriques, fonction de la distance du point (X, Y) au centre de symétrie $X = 0$, $Y = 0$ de cette image.

En dehors d'une région située près de ce centre de symétrie, les termes trigonométriques peuvent être remplacés par leur valeur moyenne puisque, pour des raisons d'intensité de la source lumineuse (filament incandescent, lampe pointolite), cette dernière n'est pas monochromatique. Le système de franges d'interférence qui entoure le point $X = 0$, $Y = 0$ s'estompe ainsi rapidement. Si au demeurant ces phénomènes étaient gênants, nous verrons plus loin qu'il est très aisé d'y remédier.

La valeur moyenne se détermine facilement si l'on considère que les termes trigonométriques proviennent de la sommation de $2m + 1$ vecteurs égaux et déphasés régulièrement d'un angle prenant toutes les valeurs possibles dans un intervalle grand par rapport à 2π. D'où

$$I(X, Y) = \frac{2m+1}{2} \Big[\left(|C_i|_{\alpha_1}^{\alpha_2} - |C_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right)^2$$
$$+ \left(|S_i|_{\alpha_2}^{\alpha_1} - |S_i|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \right)^2 \Big]. \qquad (7)$$

Ce qui indique simplement que l'intensité est

ale à $2m+1$ fois celle donnée par un élément olé de la lentille multiple et donc que, au centre près, diffraction est celle que donnerait cet élément isolé.

L'équation (7) est établie pour une source lumiuse théoriquement ponctuelle, ce qui, physiuement, n'a pas de sens. Aussi cette hypothèse nne-t-elle, pour I, des discontinuités, puisque (o) $= \infty$, le premier terme du développement étant garithmique. On obtient ainsi une intensité infinie r les quatre droites qui définissent le contour de mage géométrique. Si l'image géométrique de la urce donnée par la lentille convergente L seule a, fait, une surface finie s, il faut remplacer, en chaque point, les fonctions Ci et Si par leurs valeurs moyennes $s^{-1}\int_{(s)} Ci\,.\,ds$ et $s^{-1}\int_{(s)} Si\,.\,ds$. Cependant, seule la fonction Ci a, près de son origine, une variation assez rapide pour justifier de cette complication. Quelques sondages numériques montrent alors que pour une source lumineuse même très petite, avec par exemple $s = 0{,}01$ mm², l'influence des termes en Ci est très faible et reste cantonnée le long des droites $X = \pm b$ et $Y = \pm a$. Au point de vue de netteté de la trace lumineuse et de définition des erreurs, c'est dans ces régions seules qu'il faut effectuer sur Ci la correction en question.

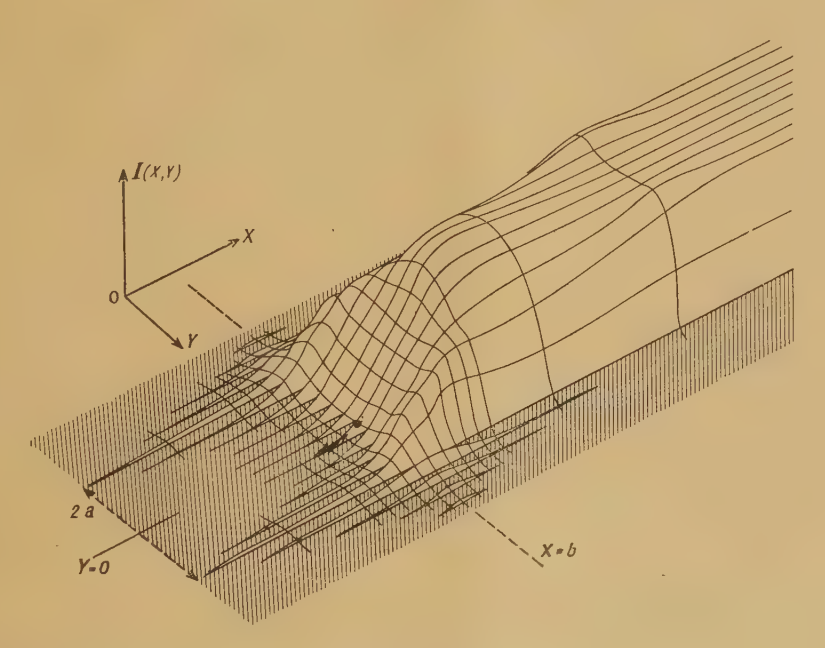


Fig. 5.

La figure 5 donne comme exemple d'application la formule (7) la topographie de la surface $I(X, Y)$, our l'extrémité de la trace lumineuse sur l'écran, pour l'exemple numérique suivant, calculé en ue de son application à la méthode d'électrophorèse Tiselius :

$$= 0{,}5 \text{ mm}, \quad b = 100 \text{ mm}, \quad F = 1500 \text{ mm}, \quad \lambda \simeq 0{,}525\,\mu.$$

source lumineuse dont l'image a 0,1 mm de diaètre.

Les calculs numériques étant longs, le nombre de oints déterminés n'est pas grand, mais la forme de surface montre l'action des termes en Ci qui nforcent le contour aux faibles valeurs de I. n voit que la précision de définition est malaisée donner. D'après la figure, l'erreur possible peut teindre $\Delta X = 0{,}4$ mm. De façon plus générale, comme la quantité $\frac{a\,\Delta X}{\lambda F}$ est de dimension nulle,

$$\Delta X \simeq 0{,}25\,\lambda F a^{-1}. \tag{8}$$

D'autres cas peuvent se présenter : une « frontière » raide entre deux couches homogènes de liquide peut simplement couper la trace sur une longueur égale à celle de la couche de transition qui présente un gradient de l'indice. Une évaluation, plus sommaire d'ailleurs, montre que cette couche de transition doit avoir une épaisseur ε d'au moins 0,5 mm pour que la coupure dans la trace et le point de déviation maximum de la courbe restent nettement perceptibles. La luminosité de ce dernier point est d'autant plus faible que la déviation est grande. Approximativement, donc

$$\varepsilon_{\min} \simeq 0{,}3\,\lambda F a^{-1}.$$

On remarquera que, dans le sens de l'épaisseur, la diffraction ne modifie pas sensiblement la trace. Ceci provient de ce que cette dernière fait un angle droit avec les éléments de la lentille. La netteté de cette trace en absence de toute inhomogénéité optique dans la cuvette ne constitue donc pas un critère pour la qualité du système. La netteté d'une coupure dans la trace constitue, au contraire, un critère satisfaisant. Dans la pratique, les discontinuités que l'on a à observer sont moins prononcées et l'équation (8) donne alors, avec une marge suffisante, la précision dans la détermination des points d'inflexion de la courbe.

5° Franges centrales. — D'après l'équation (6), elles sont localisées au centre où, en dehors du voisinage immédiat du contour, seuls les termes en Si subsistent. Ces derniers, pratiquement constants, sont donc modulés par une expression de la forme

$$\sin^2 2klX . \sin^{-2} 2kaX . \sin^2 k(X + Y)^2$$

qui provient de l'interaction entre elles des $2m + 1$ lames composant l'élément multiple.

Pour l'exemple envisagé dans la figure 5, les périodicités des trois termes sont respectivement de

$$X = p.0{,}038 \text{ mm}, \qquad X = q.0{,}79 \text{ mm}$$

et

$$X + Y = \pm\sqrt{r 0{,}89} \text{ mm}$$

où

$$p, q, r = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

ce qui donne un réseau de franges reproduit schématiquement sur la figure 6. Un tel aspect du centre

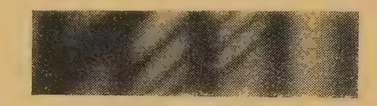


Fig. 6.

de la trace lumineuse risque évidemment d'être gênant et de constituer une discontinuité dans la courbe observée.

Mais il faut remarquer que l'existence de ces franges, telles qu'elles sont données par l'équation (6), est conditionnée par un arrangement parfait du paquet de lames constituant le système multiple et que, pour $y = 0$, le chemin optique est supposé égal pour toutes les lames. Si ce chemin n'est pas strictement égal, mais présente des irrégularités d'une lame à l'autre, ne fût-ce que de quelques microns, la trace lumineuse aux alentours du point ($X = 0$, $Y = 0$) sera formée par la superposition d'un certain nombre de systèmes de franges présentant entre eux des décalages irréguliers. De ce fait, les variations globales de l'intensité seront très faibles. Pour ne pas avoir de franges d'interférence désagréables, il suffit donc de provoquer une certaine imprécision dans la profondeur des lames, imprécision qu'il est d'ailleurs difficile d'éviter expérimentalement. Ces décalages n'affectent en rien la bonne superposition des traces dues aux différentes lames prises séparément.

4. Taille de la surface et aberrations. — Il n'y a que peu de procédés qui permettent de tailler optiquement une surface hélicoïdale, et ces procédés sont d'autant plus difficiles à réaliser qu'ils ne sont, actuellement, pas encore d'un usage courant. Pour arriver à une solution économiquement réalisable, il est nécessaire de ne retenir que les modes opératoires où il est possible de tailler toutes les lames ensemble en une fois.

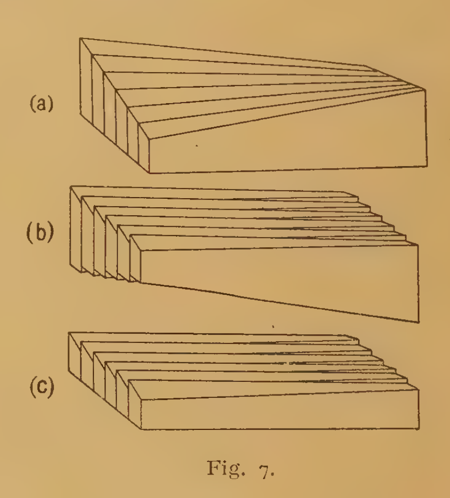


Fig. 7.

La figure 7 montre alors les trois phases successives, certaines dimensions étant exagérées pour plus de clarté : *a.* la surface de l'ensemble des lames est taillée suivant la forme hélicoïdale voulue; *b.* les lames sont réarrangées de façon à rendre les surfaces taillées superposables par translation; *c.* l'ensemble des côtés plans, qui, en *b*, se présente sous forme de double escalier en colimaçon, est taillé plan.

Cette opération consiste donc à ajouter, à chaque lame fournie par l'opération *a*, un prisme dont la tangente au sommet est proportionnelle à r (r, rang, c'est-à-dire numéro d'ordre de la lame) afin d'opérer sur l'écran la superposition des traces lumineuses. Ceci n'introduit pas d'aberrations, l'angle de rotation due à l'opération *b* étant, en pratique, toujours inférieur à 2.10^{-2}, c'est-à-dire que sin et arc tg diffèrent de moins de 10^{-5}.

La surface « type » dont il faut se rapprocher dans la taille des lames est donc celle qui fournit $\operatorname{tg}\delta_x = Ay$ et $\operatorname{tg}\delta_y = Ax$ et qui, après réarrangement des lames comme figuré en 7 *b* et 7 *c*, ne présente, par suite, pas d'aberrations.

1° Équation de la surface. — Les évaluations

numériques montrent qu'il suffit de connaître $z(x, y)$ développé jusqu'au 2e terme significatif pour calculer les aberrations. En complétant l'équation (2) qui donne le premier terme et en observant que l'axe Oz est un axe de symétrie binaire, z est de la forme

$$z = \frac{xy}{R}\frac{1}{R^3}(gy^4 + hxy^3 + ix^2y^2 + jx^2y + kx^4)$$

où

$$R = (n-1)F.$$

En considérant la forme allongée de cet élément optique où, pour les dimensions extrêmes, on a, par exemple, $y = 10\,x$, on trouve que les trois derniers termes de z peuvent être négligés, l'erreur sur l'écran étant de l'ordre de 10^{-2} mm. Il reste alors

$$z = \frac{xy}{R} + \frac{1}{R^3}(gy^4 + hxy^3), \qquad (8)$$

les coefficients g et h dépendant du mode de réalisation de la surface qui approche de façon plus ou moins parfaite la surface la plus favorable possible.

2° Caractéristiques de l'aberration. — En utilisant, pour $\operatorname{tg}\delta$, comme pour z, un développement en deux termes, les expressions (1) deviennent

$$\operatorname{tg}\delta_x = (n-1)z'_x\left[1 + \frac{n(n-1)}{2}\Delta z\right]$$

et

$$\operatorname{tg}\delta_y = (n-1)z'_y\left[1 + \frac{n(n-1)}{2}\Delta z\right]$$

et en appliquant à (8)

$$\operatorname{tg}\delta_x = \frac{(n-1)y}{R}\left[1 + \left(h + \frac{n(n-1)}{2}\right)\frac{y^2}{R^2}\right]$$

$$\operatorname{tg}\delta_y = \frac{(n-1)x}{R}\left[1 + \left(3h + \frac{n(n-1)}{2}\right)\frac{y^2}{R^2} + 4g\frac{y^3}{xR^2}\right].$$

Les aberrations sont déterminées en première approximation par la différence entre ces valeurs et celles qui correspondent à des aberrations nulles, c'est-à-dire, respectivement $(n-1)\,yR^{-1}$ et $(n-1)\,xR^{-1}$:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\operatorname{tg}\delta_x &= (n-1)\left[h + \frac{n(n-1)}{2}\right]\frac{y^3}{R^3}\\ \Delta\operatorname{tg}\delta_y &= (n-1)\left[3h + \frac{n(n-1)}{2}\right]\frac{xy^2}{R_3}\\ &\quad + 4(n-1)g\frac{y^3}{R^3}.\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

La figure 8 montre les critères que nous avons pris pour caractériser les aberrations. Le trait épais représente la trace sur l'écran, près de son extrémité, et en l'absence d'aberrations; le trait fin, la trace réelle avec les trois défauts suivants :

A_1, défaut de linéarité longitudinale,

A_2, écart de la forme rectiligne.

A_3, élargissement,

En se rapportant aux coordonnées ($x = \pm\, l$, $y = b$) et ($x = 0$, $y = b$) des points du *système optique* qui concourent à former la trace en ce point, on trouve

$$\left.\begin{aligned}A_1 &= F.\Delta\operatorname{tg}\delta_x(0, b),\\ A_2 &= F.\Delta\operatorname{tg}\delta_y(0, b),\\ A_3 &= F[\Delta\operatorname{tg}\delta_y(l, b) - \Delta\operatorname{tg}\delta_y(-l, b)]\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

En appliquant ceci à titre d'exemple à l'élément qui a déjà servi pour les figures 5 et 6 : $l = 10$ mm,

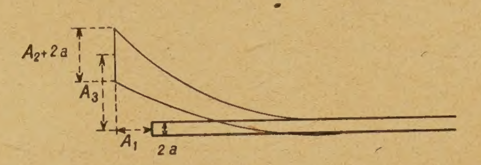


Fig. 8.

$b = 100$ mm, $F = 1500$ mm, $n = 1{,}5$ et $R = 750$ mm, on trouve

$$A_1 = 1{,}78(h + 0{,}375)\text{ mm},\qquad A_2 = 7{,}1.g\text{ mm},$$
$$A_3 = 1{,}07.(h + 0{,}125)\text{ mm}.$$

3° Tailles diverses. — Sans insister sur les détails d'exécution pratique, voici différents modes de génération d'une surface hélicoïdale, le premier terme du développement de z étant xyR^{-1} [2].

a. Hélice à génératrice droite. — S'obtient, par exemple, par taille par meules, le paquet de lames étant monté sur l'axe d'une machine à diviser montée sur le plateau d'une fraiseuse. L'équation de surface est

$$z = x.\operatorname{tg}\frac{2\pi}{P}y = xyR^{-1} + \frac{1}{3}xy^3R^{-3} + \ldots,$$

donc

$$g = 0,\qquad h = \frac{1}{3}.$$

b. Hélice corrigée à génératrice droite. — S'obtient en modifiant comme suit le montage précédent : la pièce est montée sur un axe séparé pourvu d'une fourchette qui est entraînée par un bras solidaire de la machine à diviser. La surface n'est strictement hélicoïdale que dans la position médiane où fourchette et bras sont alignés. Si d est la distance des deux axes et r la longueur du bras, le deuxième terme du développement de z a pour coefficient

$$h = -\frac{0{,}333 + s}{2s^2}\qquad\text{où}\qquad s = \frac{r}{d-r}.$$

D'autre part, on a toujours $g = 0$ puisque la génératrice reste droite.

Moyennant quelques complications, ce montage

[2] Je remercie M. Goulot et M. Bach pour leurs suggestions concernant deux des modes de génération de la surface.

permet de régler à une valeur prédéterminée le coefficient du troisième terme du développement, au cas où l'on veut utiliser des angles beaucoup plus forts.

c. Hélice doublement réglée. — Est engendrée par une droite glissant sur deux droites non parallèles et contenues dans des plans parallèles. La génératrice est contenue dans un plan perpendiculaire aux deux plans précédents. Cette méthode se prête bien à l'application pratique du surfaçage du verre. On a

$$z = xyR^{-1},$$

donc

$$g = 0, \qquad h = 0.$$

d. Hélice à partir d'une lentille cylindrique. — Le paquet de lames est taillé sous forme de lentille cylindrique, la génératrice de celle-ci faisant un angle de 45° avec le plan des lames, et le rayon de courbure de la lentille étant $0{,}5\,R$. Après réarrangement des lames par rotation autour d'un axe perpendiculaire aux grandes faces des lames, comme sur la figure 7, les tranches opposées à celles qui viennent d'être taillées sont travaillées en surface sphérique concave avec un rayon R. L'ordre des opérations peut être inversé. On a alors

$$z = \frac{xy}{R} + \frac{(x^2+y^2)^2}{8.R^3} + \frac{x^2y^2}{R^3} + \frac{xy(x^2+y^2)}{R^3} + \ldots.$$

Soit

$$g = \frac{1}{8}, \qquad h = 1.$$

Le terme en g provient de ce que l'équivalent de la génératrice en a, b et c n'est pas exactement une droite dans le cas d, mais la différence entre un cercle et une ellipse tangente dont, respectivement, diamètre et petit axe sont confondus, et ayant même rayon de courbure au point de tangence.

e. Hélice par taille torique. — On dispose d'une calotte (ou « balle ») tournant à l'extrémité d'un axe et présentant un rayon de courbure R au point de rencontre de la surface avec cet axe. Un deuxième axe, perpendiculaire et concourant avec le premier, est distant de R du point le plus rapproché de la bille. Cet axe porte le paquet de lames, incliné de 45° par rapport à lui, et frottant contre la balle. La surface engendrée ainsi est donc une portion de la surface intérieure d'une toroïde, les tranches étant orientées à 45° de l'axe de symétrie.

La balle, généralement sphérique, peut être retouchée pour former une portion d'ellipsoïde ou d'hyperboloïde de révolution. En écrivant sa génératrice

$$Z = Rk\left(\sqrt{1 + \frac{x^2}{kR^2}} - 1\right),$$

où R est le rayon de courbure au sommet et où k a pour valeur absolue le carré du rapport des demi-axes et est négatif ou positif suivant que la courbe est fermée ou ouverte, l'équation de la surface engendrée est

$$z = \frac{xy}{R} + \frac{1}{R^3}\cdot\frac{1-\frac{1}{k}}{8}\left[\frac{y^4}{4} + xy^3\right] + \ldots,$$

soit

$$g = \frac{1-\frac{1}{k}}{32} \quad \text{et} \quad h = \frac{1-\frac{1}{k}}{8}.$$

Exemples :

balle sphérique	$g = \frac{1}{16}$,	$h = \frac{1}{4}$
hyperboloïde équilatère	$g = 0$,	$h = 0$
hyperboloïde, asymptotes à 70°.....	$g = -\frac{1}{32}$,	$h = -\frac{1}{8}$

f. Moulages. — Plusieurs formes ainsi obtenues se prêtent bien au moulage par matières plastiques, l'ensemble des tranches taillées formant en gros un plan. On obvie ainsi à l'inconvénient d'un élément optique de grande épaisseur et pouvant présenter des réflexions internes sur les côtés plans des tranches. De cette façon, on réalise des lentilles multiples dont l'épaisseur moyenne n'excède pas 1 mm, ce qui comporte des avantages dans la pratique expérimentale.

Au point de vue d'équation de surface, le signe de z est simplement changé et la grandeur des aberrations reste identique.

4° Formes comparatives des traces sur l'écran. — La figure 9 résume les calculs précédents en les appliquant pour plus de clarté à l'exemple déjà cité plus haut : 30 lames de 1 mm d'épaisseur et de 200 mm de longueur. Pour chaque mode de génération, la ligne en traits épais rappelle la trace que donne un système sans aberration, le trait fin représente la trace réelle, mais dans laquelle, pour plus de clarté, les défauts sont exagérés 10 fois, c'est-à-dire que l'échelle des quantités A_1, A_2 et A_3 est 10 fois plus grande que celle de la trace en traits épais.

On voit sans ambiguïté que le résultat de la génération par taille cylindrique est à rejeter comme étant trop aberrant. Ceci est regrettable, car c'est là le seul mode de taille faisant appel à des procédés de surfaçage classique en Optique.

Parmi les procédés de génération restants, le plus pratique et un des meilleurs est celui de la surface doublement réglée qui ne souffre que d'un léger manque de linéarité. Parmi les autres modes ceux qui, mathématiquement, donneraient de meilleurs résultats, ne sont en fait pas meilleurs par suite de leur complication qui empêche une réalisation aussi soignée.

5. **Forme de la cuvette optique.** — Dans le ystème optique proposé ici, la lumière incidente sur ı cuvette n'est pas exactement parallèle : à chaque aleur de la hauteur dans celle-ci, il correspond ne déviation dans le plan horizontal, fonction linéaire de la hauteur. Si une cuvette est normalement large, par exemple 1 cm de largeur pour une longueur du trajet lumineux intérieur de 3 cm, ceci n'apporte que peu de gêne. Par suite des aberrations courantes, en effet, les déviations maximum

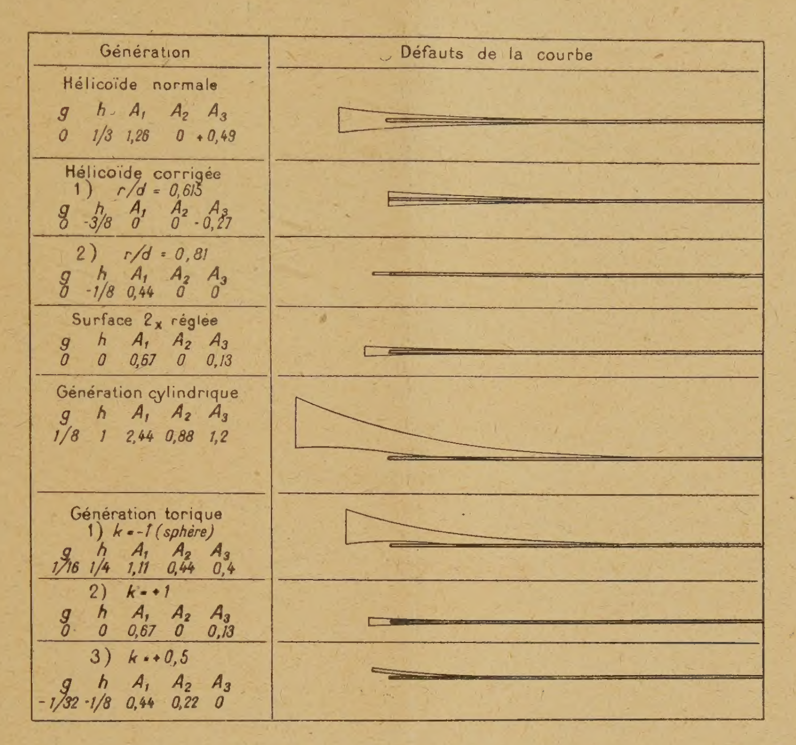


Fig. 9.

ont de l'ordre de 5° et, dans le cas précité, cette bliquité dans la traversée de la cuvette à faces arallèles se traduit par une diminution de l'intenité lumineuse croissant de 0 à 20 pour 100 du milieu ers l'extrémité de la trace lumineuse. Mais si une uvette est très étroite (peu de liquide à répartir ur une grande hauteur tout en assurant un trajet umineux long dans le liquide), il y a avantage à tiliser, pour les parois latérales de celle-ci, des urfaces hélicoïdales, même approximatives, de façon ı ce que, à chaque hauteur, la nappe lumineuse ncidente soit parallèle à ces parois. Celles-ci ont lors un pas d'hélice $\frac{1}{n-1}$ fois plus grand que le as d'hélice de l'élément optique d'indice n. Une elle forme s'obtient aisément par le procédé de 'affaissement au four sur une forme de laiton ou le carbone. Les parois latérales n'ont, évidemment, as besoin d'être taillées optiquement, du point de ue des réflexions parasites, même, cette taille erait nuisible.

Si, pour des raisons expérimentales, on préfère onserver à la cuvette des côtés latéraux plans, n peut inverser l'ordre des éléments optiques et disposer, en suivant le sens de la lumière : cuvette, élément hélicoïdal, lentille convergente. Ceci amène une légère complication : les axes représentatifs de la courbe sur l'écran ne sont plus exactement à angle droit, et l'écart à partir de cet angle, nul pour une distance cuvette-élément nulle, est d'autant plus grand que cette distance est grande. Ce défaut peut se corriger en effectuant l'observation sur un écran placé un peu au delà du foyer de la lentille convergente et en apportant une correction sur le réarrangement des lames entre la taille hélicoïdale et la taille plane. Dans des cas extrêmes, la netteté est diminuée.

6. **Luminosité.** — Celle-ci est la même que dans le procédé Philpot-Svensson. Dans ce cas, en effet, la source est une fente dont l'image est analysée par une seconde fente inclinée. La quantité de lumière qui concourt à former la courbe est donc équivalente à celle émise par une source dite ponctuelle, transformée en faisceau parallèle, puis diaphragmée par la cuvette, tout comme dans le procédé présenté ici.

7. Conclusion. — Le système optique proposé comporte l'inconvénient de faire appel à des surfaces optiques encore non utilisées aujourd'hui. Ceci ne nous paraît, néanmoins, pas une difficulté très grande, car des surfaces hélicoïdales ne sont pas plus difficiles à obtenir que, par exemple, des surfaces cylindriques. D'autre part, les essais ont confirmé que l'on peut reproduire correctement ces surfaces par moulage.

Les avantages du système proposé sur celui de Philpot-Svensson nous semblent être une grande simplification du banc d'optique, tous les éléments étant très rapprochés et indéréglables, sinon accolés.

L'échelle absolue des déviations est déterminée uniquement par la distance focale de la lentille convergente et ne fait intervenir aucun calcul puisqu'elle est fixe. Ce dernier point n'est pas un défaut, car la variation d'échelle, qui est possible dans le système Philpot-Svensson au moyen de la rotation de la seconde fente, ne change pas la précision, mais ne fait que multiplier par un facteur constant les ordonnées de toute la figure ainsi que l'épaisseur de la courbe et ses défauts.

Le système étudié ici se prête à une réalisation présentant moins d'aberrations que les systèmes précédemment utilisés. La forme finale à adopter dépend de l'application, se détermine facilement au moyen des données exposées et constitue un compromis entre la luminosité, la finesse de la courbe et la précision de lecture. Deux facteurs accessoires importants sont enfin : la source lumineuse (faible dimension, brillance élevée, domaine spectral étroit) et la lentille convergente (ouverture angulaire suffisante, rectilinéaire et sans aberrations), mais ce sont là des facteurs communs à toutes les méthodes.

Manuscrit reçu le 20 juin 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

THOVERT, *Ann. de Phys.*, 1914, **9**, p. 369.
LONGSWORTH, *J. Am. Chem. Soc.*, 1939, **61**, p. 529.
TISELIUS, *Trans. Far. Soc.*, 1937, **33**, p. 524.
PHILPOT, *Nature*, 1938, **141**, p. 283.
SVENSSON, *Kolloïd. Z.*, 1939, **87**, p. 181; 1940, **90**, p. 141; *Arkiv. f. Kemi, Miner. o. Geologi*, 1946, **22**, p. 1.

Le Gérant : MAURICE BLONDIN. 124511 IMP. GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1946.